3.4.21 Établir le tableau des signes des fonctions suivantes.

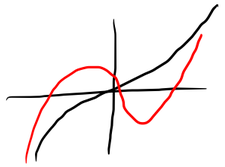
a) $f(x) = x^3 + 2\,x^2 - x - 2$

b) $f(x) = (x^3 - x^2 + x) \cdot (2 - x)$

c) $f(x) = x^3 + 5\,x^2 + 8\,x + 4$

d) $f(x) = x^3 + 3\,x^2 + 3\,x + 1$

e) $f(x) = x\,(x+2)^2 \cdot (2 - x^2) \cdot (x^2 - 1) \cdot (3 - 2\,x)$



a) $f(1) = 1 + 2 - 1 - 2 = 0 \Rightarrow X - 1 \,/\, f$

Par Horner

	1	2	−1	−2
1	1	1	3	2
	1	3	2	0

$f(x) = (x-1)(x^2 + 3x + 2)$

$= (x-1)\boxed{(x+1)}^{1}(x+2)$

x		-2		-1		1	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

x		-2		-1		1		
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$	1
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	-1
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$	-2
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

e) $f(x) = x\,(x+2)^2 \cdot (2-x^2) \cdot (x^2-1) \cdot (3-2\,x)$

$$= x\,\boxed{(x+2)^2}\,(\sqrt{2}-x)\,(\sqrt{2}+x)\,(x-1)\,(x+1)\,(-2x+3)$$

x		-2		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$\frac{3}{2}$		
x	$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	$\cancel{0}$
$(x+2)^2$	$+$	0	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	$\cancel{-2}$
$-x+\sqrt{2}$	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	$\cancel{\sqrt{2}}$
$x+\sqrt{2}$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	$\cancel{-\sqrt{2}}$
$x-1$	$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	$\cancel{1}$
$x+1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	$\cancel{-1}$
$-2x+3$	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	$\frac{3}{2}$
$f(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

d s s s s s s

e) $f(x) = x\,(x+2)^2 \cdot (2-x^2) \cdot (x^2-1) \cdot (3-2\,x)$

x		-2		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$\frac{3}{2}$	
$f(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

d