f) $\dfrac{3x^2-7x-20}{x^2+4x-12} \leq 0$

Factoriser les deux expressions :

- $3x^2-7x-20 = 0$

$\Delta = 49 - 4\cdot 3\cdot(-20) = 49 + 240 = 289$
$= 17^2$

zéros : $\dfrac{7 \pm 17}{6} = \begin{cases} 4 \\ -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3} \end{cases}$

$(x-4)(3x+5) = 3(x-4)(x+\frac{5}{3})$

- $x^2+4x-12 = (x-2)(x+6)$

$\dfrac{(x-4)(3x+5)}{(x-2)(x+6)} \leq 0$ $\qquad D = \mathbb{R} - \{-6 ; 2\}$

x		-6		$-\frac{5}{3}$		2		4		
$x-4$	$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	$\cancel{4}$
$3x+5$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	$\cancel{-5/3}$
$x-2$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	$\cancel{2}$
$x+6$	$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	$\cancel{-6}$
$\dfrac{(x-4)(3x+5)}{(x-2)(x+6)}$	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

$S = \left]-6 ; -\frac{5}{3}\right] \cup \left]2 ; 4\right]$

g) $\dfrac{x+1}{x-1} \leq \dfrac{x-1}{x+1}$

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} \leq 0$$

$$\frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{(x-1)(x+1)} \leq 0$$

$$\frac{x^2+2x+1-(x^2-2x+1)}{(x-1)(x+1)} \leq 0$$

$$\frac{4x}{(x-1)(x+1)} \leq 0$$

x		-1		0		1	
$4x$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$\dfrac{4x}{(x-1)(x+1)}$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$

$$S =]-\infty; -1[\cup [0; 1[$$

j) $\frac{1}{x} \geq x$

$$\frac{1}{x} - x \geq 0$$

$$\frac{1-x^2}{x} \geq 0$$

$$\frac{(1-x)(1+x)}{x} \geq 0$$

x		-1		0		1	
$1-x$	$+$		$+$		$+$	0	$-$
$1+x$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$\frac{(1-x)(1+x)}{x}$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$

$$S =]-\infty; -1] \cup]0; 1]$$

h) $\dfrac{13}{2x+1} \geq 9 - \dfrac{38}{4-x}$

$$\frac{13}{2x+1} - 9 + \frac{38}{4-x} \geq 0$$

$$\frac{13}{2x+1} - 9 + \frac{-38}{x-4} \geq 0$$

$$\frac{13(x-4) - 9(2x+1)(x-4) - 38(2x+1)}{(2x+1)(x-4)} \geq 0$$

$$\frac{13x - 52 - 9(2x^2 + x - 8x - 4) - 76x - 38}{(2x+1)(x-4)} \geq 0$$

$$\frac{13x - 52 - 18x^2 + 63x + 36 - 76x - 38}{(2x+1)(x-4)} \geq 0$$

$$\frac{-18x^2 - 54}{(2x+1)(x-4)} \geq 0$$

$$\frac{-18(x^2+3)}{(2x+1)(x-4)} \geq 0$$

$-1/2$ $\quad$ 4

x		$-1/2$		4	
-18	$-$		$-$		$-$
x^2+3	$+$		$+$		$+$
$2x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$x-4$	$-$		$-$	0	$+$
$\dfrac{-18(x^2+2)}{(2x+1)(x-4)}$	$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$

$$S = \left]-\frac{1}{2} ; 4\right[$$

1) $\dfrac{x-3}{x+4} \geq \dfrac{1}{2} - \dfrac{x-4}{2x-2}$

2) Signe $p(x) = x^5 - 2x^2 - 9x - 6$