GYMNASES VAUDOIS

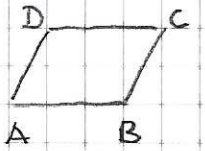
Nom:

Prénom:

BROUILLON

Date:

Exercice 1



$\vec{BA} = \vec{CD}$; $\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD} = \vec{OC} + \vec{BA} = \begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-9\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-8\\4\end{pmatrix}$

$\vec{BA} = \vec{OA} - \vec{OB} = \begin{pmatrix}-9\\-1\end{pmatrix}$

donc $\vec{OD} = \begin{pmatrix}-8\\4\end{pmatrix} \Rightarrow D(-8;4)$

Exercice 2

Posons $C(a;b)$: $\begin{cases} 3 = \dfrac{6-2+a}{3} \iff 9 = 4+a \iff a = 5 \\ 4 = \dfrac{-1+6+b}{3} \iff 12 = 5+b \quad b = 7 \end{cases} \Rightarrow C(5;7)$

Exercice 3

a) -

b) TMRS est un ▱ $\iff \vec{TM} = \vec{SR}$ $\left[\begin{array}{l} \vec{TM} = \begin{pmatrix}4\\7\end{pmatrix} \\ \vec{SR} = \begin{pmatrix}4\\7\end{pmatrix} \end{array}\right. \Rightarrow TM = SR$ et $TM // SR$

c) Comme TMSR est un ▱, alors les diagonales TR et SM se coupent en leur point milieu : $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+8}{2}\right) \Rightarrow I(2;3$

Exercice 4

a) M milieu de ST : $M(9;4{,}5)$

$\vec{OS} = \begin{pmatrix}13\\-3\end{pmatrix}$, $\vec{UM} = \begin{pmatrix}9\\4{,}5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-4\\7{,}5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}13\\-3\end{pmatrix}$. $\vec{OS} = \vec{UM} \Rightarrow$ OSMU est un ▱

b) $\vec{UR} = \begin{pmatrix}12\\-22{,}5\end{pmatrix}$ et $\vec{TS} = \begin{pmatrix}8\\-15\end{pmatrix}$

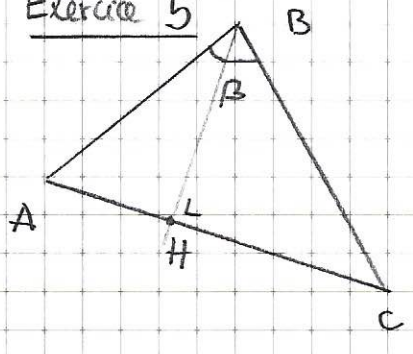
comme $12 \cdot (-15) - (-22{,}5) \cdot 8 = 0$, $\vec{UR}$ // $\vec{TS}$. RSTU est un trapèze.

Est-il rectangle en T ? $\vec{UT} \cdot \vec{TS} = \begin{pmatrix}9\\4{,}5\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}8\\-15\end{pmatrix} = 72 - 67{,}5 = -4{,}5$

Donc UT pas perpendiculaire à TS. Le trapèze n'est pas rectangle.

Idem en S.

Exercice 5



2) $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$

Comme AC est le plus grand côté, si le Δ est rectangle, alors $\beta = 90°$

$\beta = 90° \Leftrightarrow \underbrace{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}_{\begin{pmatrix} -7 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix} = -27 + 36 \neq 0} = 0$

Le Δ n'est pas rectangle

b) On projette $\vec{AB}$ sur $\vec{AC}$, cela donne $\vec{AH}$.

$$\vec{AH} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\|\vec{AC}\|^2} \vec{AC} = \frac{70 - 20}{125} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \end{pmatrix} = \frac{2}{5} \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Donc $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{AH} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow H(1;-1)$

c) Aire du ΔABC : $\frac{1}{2} AC \cdot HB = \frac{1}{2} \|\vec{AC}\| \cdot \|\vec{HB}\|$

$$= \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \end{pmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \right\|$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt{45} = \frac{1}{2} \cdot 75 = 37.5$$

GYMNASES VAUDOIS

Nom: _____

Prénom: _____

BROUILLON

Date: _____

Exercice 6

$A(4;-11)$, $B(-3;-12)$ et $C(6;-15)$

$I(a;b)$ centre du cercle passant par A, B et C. R son rayon.

$\vec{AI} = \begin{pmatrix} a-4 \\ b+11 \end{pmatrix}$ $\quad \|\vec{AI}\|^2 = (a-4)^2 + (b-11)^2 = a^2 - 8a + b^2 + 22b + 137$ ①

$\vec{BI} = \begin{pmatrix} a+3 \\ b+12 \end{pmatrix}$ $\quad \|\vec{BI}\|^2 = (a+3)^2 + (b+12)^2 = a^2 + 6a + b^2 + 24b + 153$ ②

$\vec{CI} = \begin{pmatrix} a-6 \\ b+15 \end{pmatrix}$ $\quad \|\vec{CI}\| = (a-6)^2 + (b+15)^2 = a^2 - 12a + b^2 + 30b + 261$ ③

① = ② : $\underline{a^2} - 8a + \underline{b^2} + 22b + 137 = \underline{a^2} + 6a + \underline{b^2} + 24b + 153$

$-14a - 2b = 16$ ④

① = ③ : $\underline{a^2} - 8a + \underline{b^2} + 22b + 137 = \underline{a^2} - 12a + \underline{b^2} + 30b + 261$

$4a - 8b = 124$ ⑤

Résolvons le système :

$$\begin{cases} -14a - 2b = 16 & \mid \div(-2) \quad ④ \\ 4a - 8b = 124 & \mid \div 4 \quad ⑤ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7a + b = -8 \\ a - 2b = 31 \end{cases} \quad \begin{array}{c|c} a & b \\ \cdot 1 & \cdot 2 \\ \cdot(-7) & \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15b = -225 \\ 15a = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} b = -15 \\ a = 1 \end{array}$$

Le centre du cercle : $I(1;-15)$

$R = \|\vec{AI}\| = \left\| \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \right\| = 5$