

Algèbre I – TE n° 767B**Problème 1 (12 points)**

Factoriser au maximum.

a) $4x^2 - 20xy + 25y^2$

d) $2x^5y^5 - 6x^4y^6 + 6x^3y^7 - 2x^2y^8$

b) $x^2 - 5x - 84$

e) $2x^2 + 3x - 10xy - 15y$

c) $2x^2 + 2x - 112$

f) $144x^4 + 20x^2 - 4$

a) $(2x - 5y)^2$

b) $(x + 7)(x - 12)$

c) $2(x^2 + x - 56) = 2(x + 8)(x - 7)$

d) $2x^2y^5(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = 2x^2y^5(x - y)^3$

e) $x(2x + 3) - 5y(2x + 3) = (2x + 3)(x - 5y)$

$$f) 4(36x^4 + 5x^2 - 1) = 4(9x^2 - 1)(4x^2 + 1)$$

$$= 4(3x - 1)(3x + 1)(4x^2 + 1)$$

Problème 2 (5 points)

Soit $p(x) = x^4 + 5x^3 - 6x^2 + x - 19$ et $q(x) = -2x^4 + 5x^3 + 6x^2 - x + 15$.

Déterminer :

- a) le polynôme $p - q$
- b) le degré du polynôme $p \cdot q$
- c) le coefficient du terme du polynôme $p \cdot q$ de degré 3

$$a) \quad p = x^4 + 5x^3 - 6x^2 + x - 19$$

$$\underline{-q} = \underline{-2x^4 - 5x^3 - 6x^2 + x - 15}$$

$$p - q = 3x^4 - 12x^2 + 2x - 34$$

$$b) \quad \text{degré}(p \cdot q) = 4 + 4 = 8$$

$$c) \quad (x^4 + 5x^3 - 6x^2 + x - 19)(-2x^4 + 5x^3 + 6x^2 - x + 15)$$

coefficient de degré 3:

$$5 \cdot 15 + (-6) \cdot (-1) + 1 \cdot 6 + (-19) \cdot 5 = -8$$

Problème 3 (5 points)

Effectuer la division de $D(x) = 8x^5 - 18x^4 + 23x^3 - 26x^2 + 17x - 4$ par $q(x) = 2x^2 - 3x + 1$ et poser l'égalité fondamentale correspondante.

$$\begin{array}{r|l} 8x^5 - 18x^4 + 23x^3 - 26x^2 + 17x - 4 & 2x^2 - 3x + 1 \\ - 8x^5 + 12x^4 - 4x^3 & 4x^3 \\ \hline -6x^4 + 19x^3 - 26x^2 & -3x^2 \\ - -6x^4 + 9x^3 - 3x^2 & \\ \hline 10x^3 - 23x^2 + 17x & +5x \\ - 10x^3 - 15x^2 + 5x & \\ \hline -8x^2 + 12x - 4 & -4 \\ - -8x^2 + 12x - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\text{EF: } D = q \cdot (4x^3 - 3x^2 + 5x - 4)$$

Problème 4 (8 points)

Résoudre l'équation

$$x^4 - 5x^3 + 13x^2 - 45x + 36 = 0$$

sachant que 4 est une solution de cette équation.

Posons $p = x^4 - 5x^3 + 13x^2 - 45x + 36$

Divisons p par $x-4$:

1	-5	13	-45	36
④	4	-4	36	-36
1	-1	9	-9	0

$$p = (x-4)(\underbrace{x^3 - x^2 + 9x - 9}_{p_1}) \quad ②$$

$$p_1 = x^3 - x^2 + 9x - 9 = x^2(x-1) + 9(x-1) = (x^2 + 9)(x-1)$$

ou par division:

$$p_1(1) = 0 \Rightarrow p_1 \text{ est divisible par } x-1: \quad ①$$

1	-1	9	-9
①	1	0	9
1	0	9	0

$$p = (x-4)(x-1)(x^2+9)$$

L'équation : $(x-4)(x-1)(\underbrace{x^2+9}_{\text{aucun zéro}}) = 0$

$$S = \{4; 1\} \quad ②$$