

Algèbre II – 771A

Exercice 1 7 points

Résoudre l'équation suivante

$$3x - 19 = \sqrt{x^2 + 3x - 6} - 2x + 8$$

$5x - 27 = \sqrt{x^2 + 3x - 6}$	$()^2$	
$(5x - 27)^2 = x^2 + 3x - 6$	CL	
$25x^2 - 270x + 729 = x^2 + 3x - 6$		
$24x^2 - 273x + 735 = 0$	$\div 3$	
$8x^2 - 91x + 245 = 0$		3
$\Delta = 441 = 21^2$	ou $\Delta = 3969 = 63^2$	
$x_1 = \frac{91 - 21}{16} = \frac{35}{8}$	$x_2 = \frac{91 + 21}{16} = 7$	2
<u>Vérif</u> ① $x_1 = 4,375$:	$5 \cdot 4,375 - 27 = -5,125$	
	$\sqrt{(4,375)^2 + 3 \cdot 4,375 - 6} = 5,125$	
Ne convient pas !		
② $x_2 = 7$:	$5 \cdot 7 - 27 = 8$	
	$\sqrt{7^2 + 3 \cdot 7 - 6} = \sqrt{64} = 8$	} convient
$S = \{7\}$		2

Exercice 2 12 points

Résoudre les deux équations suivantes

a) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-3}{x+1} = \frac{6x}{x^2-x-2}$

5 points

$$x-2$$

$$x+1$$

$$x^2-x-2 = (x-2)(x+1)$$

$$ED = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$$

$$(x+1)^2 - (x-3)(x-2) = 6x$$

$$\underline{x^2} + \underline{2x} + 1 - \underline{x^2} + \underline{5x} - 6 - \underline{6x} = 0$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

$$S = \{5\}$$

$$b) \frac{2x-3}{x^2+10x+24} - \frac{x}{x^2+11x+30} + \frac{5}{x^2+9x+20} = 0$$

7 points

$$x^2+10x+24 = (x+6)(x+4)$$

$$x^2+11x+30 = (x+5)(x+6)$$

$$x^2+9x+20 = (x+4)(x+5)$$

$$DC: (x+4)(x+5)(x+6)$$

$$ED = \mathbb{R} - \{-4, -5, -6\}$$

$$(2x-3)(x+5) - x(x+4) + 5(x+6) = 0$$

$$2x^2 + 7x - 15 - x^2 - 4x + 5x + 30 = 0$$

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

$$(x+3)(x+5) = 0$$

↓

$$x = -3$$

↓

$$x = -5$$

ne convient pas

$$S' = \{-3\}$$

Exercice 3

6 points

Résoudre les deux systèmes d'équations.

a)
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -5 \\ 7x - 2y - 8z = 5x + 6 \\ 5x + 3y + 9z = -2y + 14 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + 2y - 3z = -5 & \cdot 2 & \cdot 5 \\ 2x - 2y - 8z = 6 & \cdot (-1) \\ 5x + 5y + 9z = 14 & \cdot (-1) \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} 6y + 2z = -16 & \cdot 12 & \cdot 5 \\ 5y - 24z = -39 & \cdot 1 & \cdot (-6) \\ x + 2y - 3z = -5 \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} 7y = -231 \\ 154z = 154 \\ x = -2y + 3z - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3 \\ z = 1 \\ x = 4 \end{cases} \quad (5) \\ & S = \{ (4; -3; 1) \} \quad (1) \end{aligned}$$

$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 - 8x - 2y = 8 \\ x + y - 6 = 0 \end{cases}$$

6 points

Par substitution.

$$① \begin{cases} y = -x + 6 \end{cases}$$

$$② \begin{cases} x^2 + (-x+6)^2 - 8x - 2(-x+6) = 8 \end{cases}$$

Résolvons ②. $\underline{x^2} + \underline{x^2} - \underline{12x} + \underline{36} - \underline{8x} + \underline{2x} - \underline{12} - \underline{8} = 0$

$$2x^2 - 18x + 16 = 0$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$(x-1)(x-8) = 0$$

On obtient deux solutions :

$$\begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x=8 \\ y=-2 \end{cases}$$

$$S = \{ (1; 5), (8; -2) \}$$