

Fonctions (chapitre 3) – TE 775B**Problème 1 (8 points)**Déterminer l'ensemble de définition D des fonctions suivantes.

a) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x - 15}$

b) $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 - 4} - \frac{x + 3}{x - 6}$

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$
 $(x-5)(x+3) = 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-3; 5\}$

b) $x^2 - 4 = 0$
 $(x-2)(x+2) = 0$
 $x - 6 = 0$
 $x = 6$
 $\Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-2; 2; 6\}$

c) $f(x) = \sqrt{3x+18}$

d) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$

c) $3x+18 \geq 0$

$$3x \geq -18$$

$$x \geq -6$$

$$D = [-6; +\infty[$$

d) $x+3 > 0$

$$x > -3$$

$$D =]-3; +\infty[$$

Problème 2 (10 points)

Étudier le signe des fonction suivantes.

a) $f(x) = -x^2 + 2x + 8$

b) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 7x - 60$

8) $-x^2 + 2x + 8 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x-4)(x+2) = 0$

x	-2	4
$f(x)$	-	+

b) $f(3) = 0 \Rightarrow (x-3) \mid f(x)$

Horner :

	1	6	-7	-60
$\nearrow$ (3)		3	27	60
	1	9	20	0

$f(x) = (x-3)(x^2 + 9x + 20) = (x-3)(x+4)(x+5)$

x	-5	-4	3
$f(x)$	-	+	-

Problème 3 (12 points)

Résoudre les inéquations suivantes.

a) $\frac{3x-2}{2} + \frac{13}{6} < \frac{1}{3} + \frac{5x}{4} \quad | \cdot 12$

b) $\frac{(2x+1)^2 - 4}{x^2 - 6x} \geq 0$

a) $6(3x-2) + 26 < 4 + 15x$

$18x - 12 + 26 < 4 + 15x$

$3x < -10$

$x < -\frac{10}{3}$

$S =]-\infty; -\frac{10}{3}[$

5

b) $\frac{4x^2 + 4x + 1 - 4}{x(x-6)} \geq 0$

$\frac{4x^2 + 4x - 3}{x(x-6)} \geq 0$

$4x^2 + 4x - 3 = 0$

$\Delta = 64$

$x_1 = -\frac{3}{2}; x_2 = \frac{1}{2}$

$\frac{(2x+3)(2x-1)}{x(x-6)} \geq 0$

x	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	6
f(x)	+	-	+	-

7

zeros: $-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0; 6$

$S =]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup]0; \frac{1}{2}] \cup]6; +\infty[$