

$$b) \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{5}{6} \\ x + y = 30 \end{array} \right. \cdot 6xy \quad \text{enlevons les dénominateurs}$$

Ce système n'est pas linéaire.

Conditions : $x \neq 0$ et $y \neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2 - 6y^2 = 5xy \\ x + y = 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 30 \\ 6x^2 - 6(-x + 30)^2 = 5x(-x + 30) \end{cases}$$

Réolvons la deuxième équation.

$$6x^2 - 6(x^2 - 60x + 900) = -5x^2 + 150x$$

$$\underline{6x^2} - \underline{6x^2} + \underline{360x} - \underline{5400} = \underline{-5x^2} + \underline{150x}$$

$$5x^2 + 210x - 5400 = 0 \quad | \div 5$$

$$x^2 + 42x - 1080 = 0$$

$$\Delta = (-42)^2 + 4 \cdot 1080 = 6084 = 78^2$$

$$x_1 = \frac{-42 - 78}{2} = -60 \quad \Rightarrow \quad y_1 = -(-60) + 30 = 90$$

$$x_2 = \frac{-42 + 78}{2} = 18 \quad \Rightarrow \quad y_2 = -18 + 30 = 12$$

$$S = \{(-60; 90), (18, 12)\}$$

$$h) \begin{cases} x + y = 9 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

1^{ère} méthode : par substitution

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 9 \\ x^2 - (-x + 9)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 9 \\ x^2 - (x^2 - 18x + 81) = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 9 \\ \underline{x^2} - \underline{x^2} + 18x - 81 = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 9 \\ 18x = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$S = \{(5, 4)\}$$

2^{ème} méthode

$$h) \begin{cases} x + y = 9 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ \underline{(x + y)(x - y)} = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ 9(x - y) = 9 \end{cases} \Bigg| \div 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases} \begin{array}{c|c|c} y & & x \\ \hline \cdot 1 & & \cdot 1 \\ \cdot 1 & & \cdot (-1) \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 10 \\ 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$S = \{(5, 4)\}$$

2.6.9

Une bouteille et son bouchon coûtent 105 francs. La bouteille coûte 100 francs de plus que le bouchon. Quel est le prix du bouchon ? Quel est le prix de la bouteille ?

1) $X = \text{prix du bouchon}$

$$X + 100 = \text{prix de la bouteille}$$

2) Posons l'équation :

$$X + X + 100 = 105$$

3) Résolvons cette équation

$$2X = 5$$

$$X = 2,5$$

$$S = \{2,5\}$$

4) Le bouchon coûte 2,50 francs et la bouteille coûte 102,50 francs.