

Equations rationnelles

a) $\frac{x-1}{2x-1} = \frac{3x-5}{4x-2}$

Conditions d'existence des solutions :

$$\begin{array}{lcl}
 1^o) \underline{2x-1=0} & \left| \begin{array}{l} +1 \\ \div 2 \end{array} \right. & \\
 2x=1 & & \\
 x=\frac{1}{2} & &
 \end{array}$$

1^{ère} condition $x \neq \frac{1}{2}$

$$\begin{array}{lcl}
 2^o) \underline{4x-2=0} & & \\
 4x=2 & & \\
 x=\frac{2}{4} & & \\
 x=\frac{1}{2} & &
 \end{array}$$

2^{ème} cond: $x \neq \frac{1}{2}$

$ED = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ est l'ensemble de définition de cette équation

Résolvons cette équation :

$$\frac{x-1}{2x-1} = \frac{3x-5}{4x-2}$$

Fac

$$\frac{x-1}{2x-1} = \frac{3x-5}{2(2x-1)}$$

$$\frac{2(x-1)}{2(2x-1)} = \frac{3x-5}{2(2x-1)}$$

• $2(2x-1)$

$$2(x-1) = 3x-5$$

CL

$$2x-2 = 3x-5$$

- $3x + 2$

$$-x = -3$$

• (-1)

$$x = 3$$

Comme $x \in ED$, alors $S = \{3\}$

$$b) \frac{x^2 + x + 1}{2x + 2} = x$$

$$\frac{x^2 + x + 1}{2(x+1)} = \frac{x}{1}$$

$$1^o) \text{ED}(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$$

2^o) On résout :

$$\frac{x^2 + x + 1}{2(x+1)} = \frac{2(x+1)x}{2(x+1) \cdot 1}$$

$$x^2 + x + 1 = 2(x+1)x$$

$$x^2 + x + 1 = 2(x^2 + x)$$

$$x^2 + x + 1 = 2x^2 + 2x$$

$$-x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{CL} \\ \\ -2x^2 - 2x \\ \cdot (-1) \end{array}$$

Par Viète : $\Delta = 1 - 4 \cdot 1(-1) = 5$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \in \text{ED} \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \in \text{ED}$$

$$S = \left\{ \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} ; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$$