

2.3.26 Résoudre les équations.

a) $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$

Posons $p = x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6$

Les zéros entiers de p apparaissent parmi les nombres:

$\pm 1 ; \pm 2 ; \pm 3 ; \pm 6$

$p(1) = -12$ ☹️

$p(-1) = -6$ ☹️

① $p(2) = 0$ 😊 $\Rightarrow x-2 / p$

$p(-2) = -12$ ☹️

$p(3) = 78$ ☹️

② $p(-3) = 0$ 😊 $\Rightarrow x+3 / p$

$p(6)$ et $p(-6)$ inutiles

Effectuons les deux divisions par Horner :

① Par $x-2$:

1	2	-4	-5	-6
2	2	8	8	6
1	4	4	3	0

reste

② Par $x+3$:

1	4	4	3
-3	-3	-3	-3
1	1	1	0

reste

$\underbrace{\hspace{10em}}_{x^2 + x + 1}$

On a:

$$p = (x-2)(x+3)(x^2 + x + 1)$$

Pour factoriser $x^2 + x + 1$, on résout l'équation associée:

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$a = 1, b = 1, c = 1$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$$

Comme l'équation du deuxième degré n'a pas de solution, $x^2 + x + 1$ n'est pas factorisable.

Revenons à l'équation:

$$x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x+2)(x-3)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$S = \{ -2 ; 3 \}$$