

2.5.14 Résoudre les équations suivantes.

c) $\sqrt{x+1} - x = x + 2$

d) $x - \sqrt{-7x - 24} = -2$

c) $\sqrt{x+1} = 2x + 2$

condition: $x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$

$$\sqrt{x+1} = 2x + 2$$

$$x+1 = 4x^2 + 8x + 4$$

$$4x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x + 1) = 0$$

$$x_1 = -\frac{3}{4} \geq -1 ;$$

$$x_2 = -1 \geq -1 .$$

$()^2$  vérification

$$-x - 1$$

Vérification: ① $x_1 = -\frac{3}{4}$: $\sqrt{-\frac{3}{4} + 1} \stackrel{?}{=} 2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 2$
 $\sqrt{\frac{1}{4}} \stackrel{?}{=} -\frac{3}{2} + 2$
 $\frac{1}{2} \stackrel{\checkmark}{=} \frac{1}{2}$

$x_1 = -\frac{3}{4}$ est une solution

② $x_2 = -1$: $\sqrt{-1 + 1} \stackrel{?}{=} 2 \cdot (-1) + 2$
 $0 \stackrel{\checkmark}{=} 0$

$x_2 = -1$ est une solution

$$S = \left\{ -\frac{3}{4}; -1 \right\}$$

d) $x + 2 = \sqrt{-7x - 24}$

condition: $-7x - 24 \geq 0 \Leftrightarrow -7x \geq 24 \Leftrightarrow x \leq -\frac{24}{7} \approx -3,43$

Cette équation n'a pas de solution, car pour $x \leq -\frac{24}{7}$, le terme de gauche, $x+2$, est négatif, ce qui est impossible.

Donc $S = \emptyset$

e) $\sqrt{7-2x} - \sqrt{5+x} = \sqrt{4+3x}$

$$\sqrt{7-2x} = \sqrt{x+5} + \sqrt{3x+4}$$

conditions: $\bullet 7-2x \geq 0 \Leftrightarrow 7 \geq 2x \Leftrightarrow x \leq \frac{7}{2}$

$\bullet x \geq -5$

$\bullet 3x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{4}{3}$

En résumé: $-\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{7}{2}$

$$\sqrt{7-2x} = \sqrt{x+5} + \sqrt{3x+4} \quad | ()^2 \quad \triangle \text{ sol. à vérifier I}$$

$$7-2x = x+5 + 2\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{3x+4} + 3x+4$$

$$7-2x = 4x+9 + 2\sqrt{x+5} \sqrt{3x+4}$$

$$-2-6x = 2\sqrt{x+5} \sqrt{3x+4} \quad | \div 2$$

$$-(1+3x) = \sqrt{x+5} \sqrt{3x+4} \quad | ()^2 \quad \triangle \quad \text{II}$$

$$1+6x+9x^2 = 3x^2+19x+20$$

$$6x^2-13x-19 = 0$$

$$(6x-19)(x+1) = 0$$

$$x_1 = \frac{19}{6} \quad x_2 = -1$$

Vérification ① $x_1 = \frac{19}{6}$ ne convient pas dans II, car le terme de gauche est négatif.

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad x_2 = -1 : \quad & \sqrt{7 - 2 \cdot (-1)} \stackrel{?}{=} \sqrt{-1 + 5} + \sqrt{3 \cdot (-1) + 4} \\ & \sqrt{9} \stackrel{?}{=} \sqrt{4} + \sqrt{1} \\ & 3 \stackrel{\checkmark}{=} 2 + 1 \end{aligned}$$

Donc $S = \{-1\}$