

Algèbre I – TE 817B

Problème	1	2	3	4	5	6	7	Total
Points	0	0	0	0	0	0	0	0
Points obtenus								

Formules

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Problème 1 (6 points)

Effectuer et réduire les expressions suivantes.

$$A = 6x - 9x$$

$$B = 3x^5 \cdot 4x^3$$

$$C = -6 + (7x - 9) \cdot (6x - 7)$$

$$D = 4x^2 + (x - 7) \cdot (4x - 7)$$

$$A = \underline{-3x}$$

1

$$B = \underline{12x^8}$$

1

$$C = -6 + 42x^2 - 49x - 54x + 63$$

$$= \underline{42x^2 - 103x + 57}$$

2

$$D = 4x^2 + 4x^2 - 7x - 28x + 49$$

$$= \underline{8x^2 - 35x + 49}$$

2

Problème 2 (7 points)

Effectuer et réduire les expressions suivantes.

a) $4(2a^2b - 5ab + b^2) - 2(4a^2b + 10ab - 6b^2)$

$$\begin{aligned} &= 8a^2b - 20ab + 4b^2 - 8a^2b - 20ab + 12b^2 \\ &= \underline{-40ab + 16b^2} \end{aligned}$$

2

b) $a^3b^2(a^2 + 2ab - b^2) - 2a^4b^3$

$$\begin{aligned} &= a^5b^2 + 2a^4b^3 - a^3b^4 - 2a^4b^3 \\ &= \underline{a^5b^2 - a^3b^4} \end{aligned}$$

2

c) $\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{3} - \frac{x}{4} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{x}{4} - \frac{x^2}{2} \right)$

$$\begin{aligned} &= \frac{x^2}{6} - \frac{x}{8} - \frac{x}{12} + \frac{x^2}{6} = \frac{2x^2}{6} + \frac{-3x}{24} - \frac{2x}{24} \\ &= \underline{\frac{x^2}{3} - \frac{5x}{24}} \end{aligned}$$

3

Problème 3 (5 points)

Effectuer et réduire les expressions suivantes.

$$A = (a^3 + b^2)^2$$

$$B = (3x - 4y)^2$$

$$C = (7x^3 - 3y)(7x^3 + 3y)$$

$$D = (2a^4 - 1)^3$$

$$A = \underline{a^6 + 2a^3b^2 + b^4}$$

1

$$B = \underline{9x^2 - 24xy + 16y^2}$$

1

$$C = \underline{49x^6 - 9y^2}$$

1

$$D = (2a^4)^3 - 3(2a^4)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2a^4 \cdot 1^2 - 1^3$$

$$= \underline{8a^{12} - 12a^8 + 6a^4 - 1}$$

2

Problème 4 (3 points)

Effectuer et réduire l'expression suivante.

$$A = (4x^3 - 2x^2 + x)(3x^2 - 2x + 2)$$

.	$4x^3$	$-2x^2$	x
$3x^2$	$12x^5$	$-6x^4$	$3x^3$
$-2x$	$-8x^4$	$4x^3$	$-2x^2$
2	$8x^3$	$-4x^2$	$2x$

$$A = \underline{12x^5 - 14x^4 + 15x^3 - 6x^2 + 2x}$$

Problème 5 (5 points)

Soit les polynômes

$$p(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x + 4 \quad \text{et} \quad q(x) = -2x^3 + 3x^2 - 4x + 6$$

- Déterminer le degré du polynôme $p(x) \cdot q(x)$.
- Déterminer le coefficient du polynôme $p(x) \cdot q(x)$ de degré 3.
- Déterminer le degré du polynôme $(p(x) - q(x))^{12}$

a) $\text{degré}(p \cdot q) = 4 + 3 = \underline{7}$

1

b) $-3 \cdot 6 + 4 \cdot (-4) - 6 \cdot 3 + 4 \cdot (-2)$
 $= -18 - 16 - 18 - 8 = \underline{-60}$

2

c) $\text{degré}(p - q) = 4 \Rightarrow \text{degré}((p - q)^{12}) = \underline{48}$

2

Problème 6 (9 points)

Factoriser complètement les expressions suivantes.

a) $16x^2(7x - y) - 9(7x - y)$

$$\begin{aligned} & (7x - y)(16x^2 - 9) \\ = & \underline{(7x - y)(4x - 3)(4x + 3)} \end{aligned} \quad 2$$

b) $2a^7b^3 - 6a^6b^4 + 6a^5b^5 - 2a^4b^6$

$$\begin{aligned} & 2a^4b^3(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) \\ = & \underline{2a^4b^3(a - b)^3} \end{aligned} \quad 2$$

c) $b^4 - 2b^3 + 2b - 1$

$$\begin{aligned} & (b^4 - 1) - 2b(b^2 - 1) \\ &= (b^2 - 1)(b^2 + 1) - 2b(b^2 - 1) \\ &= (b^2 - 1)(b^2 + 1 - 2b) \\ &= (b - 1)(b + 1)(b - 1)^2 \\ &= \underline{(b + 1)(b - 1)^3} \end{aligned}$$

3

d) $125 + 216b^3$

$$\begin{aligned} &= 5^3 + (6b)^3 \\ &= \underline{(5 + 6b)(25 - 30b + 36b^2)} \end{aligned}$$

2

Problème 7 (5 points)

Factoriser complètement les expressions suivantes.

$$A = y^2 + 7y + 12$$

$$C = x^2 - x - 132$$

$$B = z^2 + 2z - 15$$

$$D = 8x^2 - 72x + 64$$

$$A = \underline{(y+4)(y+3)}$$

1

$$B = \underline{(z+5)(z-3)}$$

1

$$C = \underline{(x-12)(x+11)}$$

1

$$D = 8(x^2 - 9x + 8) = \underline{8(x-1)(x-8)}$$

2