

**Algèbre II – TE 822A**

Problème	1	2	3	4	5	Total
Points	4	6	5	4	6	25
Points obtenus						

**Problème 1** (4 points)

Effectuer la division euclidienne du polynôme  $P$  par le polynôme  $D$  donnés ci-dessous.

$$P = 6x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 5x + 7 \quad \text{et} \quad D = 2x^2 - x + 4$$

Écrire ensuite l'égalité fondamentale.

$  \begin{array}{r}  6x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 5x + 7 \\  - \underline{6x^4 - 3x^3 + 12x^2} \\  \phantom{6x^4 - } - 4x^3 + 6x^2 - 5x \\  \phantom{6x^4 - } - \underline{-4x^3 + 2x^2 - 8x} \\  \phantom{6x^4 - } \phantom{-4x^3 + } 4x^2 + 3x + 7 \\  \phantom{6x^4 - } \phantom{-4x^3 + } - \underline{4x^2 - 2x + 8} \\  \phantom{6x^4 - } \phantom{-4x^3 + } \phantom{4x^2 + } 5x - 1  \end{array}  $	$  \begin{array}{r}  2x^2 - x + 4 \\  \hline  3x^2 - 2x + 2  \end{array}  $
$  \underline{P = (3x^2 - 2x + 2) \cdot D + (5x - 1)}  $	

**Problème 2** (6 points)

Factoriser le polynôme  $P = 2x^4 - 3x^3 - 125x^2 + 306x + 720$  sachant que

- $P(5) = 0 \Rightarrow x-5 / P$
- $x = -8$  est une solution de l'équation  $P(x) = 0 \Rightarrow x+8 / P$

Par Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr|r} & 2 & -3 & -125 & 306 & 720 \\ \textcircled{5} & & 10 & 35 & -450 & -720 \\ \hline & 2 & 7 & -90 & -144 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 2 & 7 & -90 & -144 \\ \textcircled{-8} & & -16 & 72 & 144 \\ \hline & 2 & -9 & -18 & 0 \end{array}$$

$$P = (x-5)(x+8)(2x^2 - 9x - 18)$$

$$P = (x-5)(x+8)(2x+3)(x-6)$$

**Problème 3** (5 points)

Déterminer un polynôme  $P$  de degré 2 tel que

- $P$  est divisible par  $x - 2$
- le reste de la division de  $P$  par  $x + 4$  est égal à 18
- $P(1) = -12$

$$P = (x-2)(2x+b)$$

$$\bullet P(-4) = 18 \Rightarrow -6[-4a+b] = 18$$

$$\bullet P(1) = -12 \Rightarrow -1(a+b) = -12$$

d'où le système :

$$\begin{cases} -4a+b = -3 \\ a+b = 12 \end{cases} \begin{array}{c|c} a & b \\ \hline \cdot 1 & \cdot (-1) \\ \cdot 4 & \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5b = 45 \\ 5a = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 9 \end{cases}$$

$$P = (x-2)(3x+9) = 3x^2 + 3x - 18$$

**Problème 4** (4 points)

Effectuer et réduire :

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{4x^2 - 16} \cdot \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 2x + 1}$$

$$4(x^2 - 4)$$

$$\frac{(2x - 1)(x + 2)}{(x - 1)(x - 4)} \cdot \frac{(x - 1)(x - 2)}{4(x - 2)(x + 2)} = \frac{2x - 1}{4(x - 1)}$$

Problème 5 (6 points)

Effectuer et réduire :

$$\frac{x-3}{x^2+6x+8} - \frac{x-2}{x^2+7x+12} + \frac{5}{x^2+5x+6} = *$$

Recherche du ppmc :

$$x^2+6x+8 = (x+2)(x+4)$$

$$x^2+7x+12 = (x+3)(x+4)$$

$$x^2+5x+6 = (x+2)(x+3)$$

$$\text{ppmc: } (x+2)(x+3)(x+4)$$

$$* = \frac{(x-3)(x+3) - (x-2)(x+2) + 5(x+4)}{(x+2)(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{x^2-9 - x^2+4 + 5x+20}{(x+2)(x+3)(x+4)} = \frac{5x+15}{(x+2)(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{5\cancel{(x+3)}}{(x+2)\cancel{(x+3)}(x+4)} = \frac{5}{(x+2)(x+4)}$$