1M14 – Jeudi 1er mai 2025 Nom & prénom : ....

Trigonométrie 1 – TE 834A

Problème	1	2	3	4	5	6	Total
Points	4	4	4	4	8	10	34
Points obtenus							

Problème 1 (4 points)
Convertir les angles ci-dessous en radians.

a) $45° = \frac{\pi}{4}$ b) $132° = \frac{11\pi}{15}$ c) $-270° = -\frac{3\pi}{2}$ d) $0{,}15° \cong 0{,}00262$

a) $45° = \frac{\pi}{4}$ rad

b) $132 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{132}{180}\pi = \frac{11\pi}{15}$ rad

c) $-270° = -\frac{3\pi}{2}$ rad

d) $0{,}15 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{15}{18000}\pi = \frac{\pi}{1200} \cong 0{,}00262$ rad

Problème 2 (4 points)

Convertir les angles ci-dessous en degrés.

a) $\frac{\pi}{6} = 30°$ b) $\frac{7\,\pi}{15} = 84°$ c) $-6.2831853071 = -360°$ d) $0{,}5 \cong 28{,}65°$

a) $\frac{\pi}{6} = \underline{30°}$

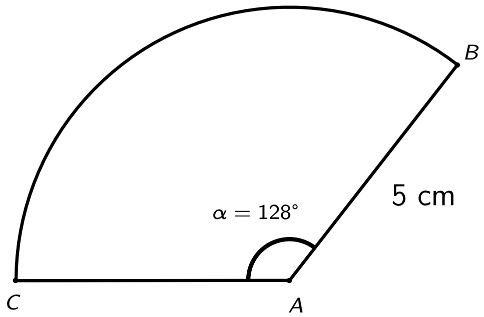
b) $\frac{7\cancel{\pi}}{15} \cdot \frac{180}{\cancel{\pi}} = \underline{84°}$

c) $\underline{-360°}$

d) $0{,}5 \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{90}{\pi} \cong \underline{28{,}65°}$

Problème 3 (4 points)

On donne le secteur circulaire d'un disque de rayon $r = 5$ cm et d'angle $\alpha = 128°$.



Calculer :

a) la longueur de l'arc BC ;

b) l'aire du secteur.

a) $\ell = 128 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot 5 = \frac{32\pi}{45} \cdot 5 \cong 11{,}17$ [cm]

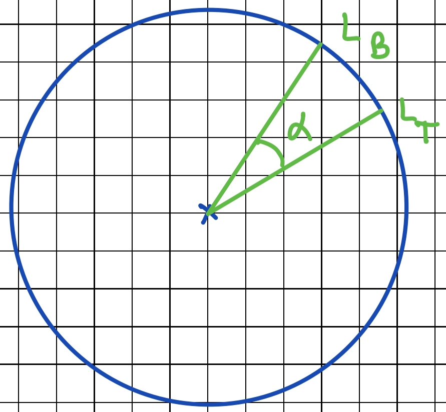
b) $\mathcal{A} = \frac{128}{360} \cdot \pi \cdot 5^2 = \frac{80}{9}\pi \cong 27{,}93$ [cm^2]

Problème 4 (4 points)

Thoune et Bâle se trouvent sur le même méridien terrestre.

Leurs latitudes respectives sont 46°44′55.02″N et 47°34′20.05″N.

Calculer la distance « à vol d'oiseau » entre ces deux villes sachant que le rayon de la terre est de 6370 km.



$$L_T = 46 + \frac{44}{60} + \frac{55.02}{3600} \quad [°]$$

$$L_T \cong 46,75°$$

$$L_B = 47 + \frac{34}{60} + \frac{20.05}{3600}$$

$$L_B \cong 47,57°$$

$$\alpha \cong 47,57° - 46,75° \cong 0,823619°$$

distance : $0,823619 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot 6370 \cong \underline{91,568 \text{ [Km]}}$

Problème 5 (8 points)

Résoudre les deux équations trigonométriques suivantes.

a) $\cos(3x) = \sin(x)$

b) $\sin(3x + \pi) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

a) $\cos(3x) = \sin(x)$

$\cos(3x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

1) $3x = \frac{\pi}{2} - x + 2k\pi$

$4x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$x = \frac{\pi}{8} + k\cdot\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

2) $3x = -\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2k\pi$

$3x = -\frac{\pi}{2} + x + 2k\pi$

$2x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

ou $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi$

b) $\sin(3x + \pi) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - (3x + \pi)\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$\cos\left(-3x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

1) $-3x - \frac{\pi}{2} = x + \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$-4x = \pi + 2k\pi$

$x = -\frac{\pi}{4} + k\cdot\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ ou $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

2) $-3x - \frac{\pi}{2} = -\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 2k\pi$

$-3x - \frac{\pi}{2} = -x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$-2x = 2k\pi$

$x = k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$

Problème 6 (10 points)

Résoudre les deux équations suivantes.

a) $2\sin^2(x) - 3\sin(x) + 1 = 0$ b) $12\cos^2(x) - 8\sin^2(x) = 2$

a) Posons $y = \sin(x)$

$2y^2 - 3y + 1 = 0$

$(2y-1)(y-1) = 0$ 1

(i) $y = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\text{TI}}\ x = 30^0$

$x = 30^0 + k \cdot 360^0$ ou $x = 150^0 + k \cdot 360^0$ 2

(ii) $y = 1 \Rightarrow \sin(x) = 1$

$x = 90^0 + k \cdot 360^0$ 2

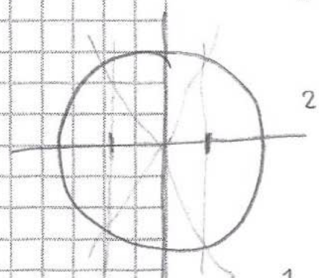
Sol: $x = 30^0 + k \cdot 360^0$, $x = 90^0 + k \cdot 360^0$, $x = 150^0 + k \cdot 360^0$

b) $12\cos^2(x) - 8\sin^2(x) - 2 = 0$

$6\cos^2(x) - 4(1 - \cos^2(x)) - 1 = 0$ 2

$10\cos^2(x) - 5 = 0$

$\cos^2(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(x) = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2



solution: $x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}$ 1