

Trigonométrie 1 – TE 834B

Problème	1	2	3	4	5	6	Total
Points	4	4	4	4	8	10	34
Points obtenus							

Problème 1 (4 points)

Convertir les angles ci-dessous en radians.

a) 135°

b) 152°

c) -135°

d) $0,35^\circ$

$$a) \quad \frac{135}{180} \pi = \frac{3\pi}{4}$$

$$b) \quad \frac{152}{180} \pi = \frac{38\pi}{45}$$

$$c) \quad -\frac{3\pi}{4}$$

$$d) \quad 0,35 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{35}{18000} \pi = \frac{7\pi}{3600} \approx \underline{0,006109}$$

Problème 2 (4 points)

Convertir les angles ci-dessous en degrés.

a) $\frac{\pi}{3}$ 60°

b) $\frac{4\pi}{15}$ 48°

c) 0,5 $28,65^\circ$

d) -6.2831853071 -360°

a) $\frac{\pi}{3} = \underline{60^\circ}$

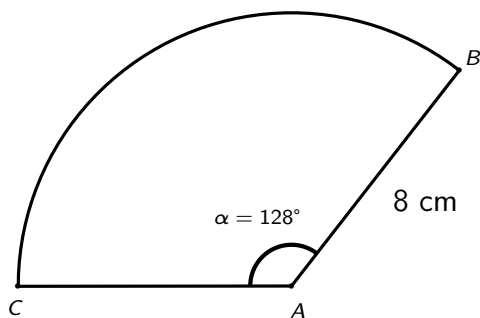
b) $\frac{4\pi}{15} = \underline{48^\circ}$

c) $0,5 \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{90}{\pi} \approx \underline{28,65^\circ}$

d) $\underline{-360^\circ}$

Problème 3 (4 points)

On donne le secteur circulaire d'un disque de rayon $r = 8$ cm et d'angle $\alpha = 128^\circ$.



Calculer :

a) la longueur de l'arc BC ;

b) l'aire du secteur.

$$a) \quad l = 128 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot 8 = \frac{1024}{180} \pi = \frac{256}{45} \pi \approx \underline{17,87 \text{ cm}}$$

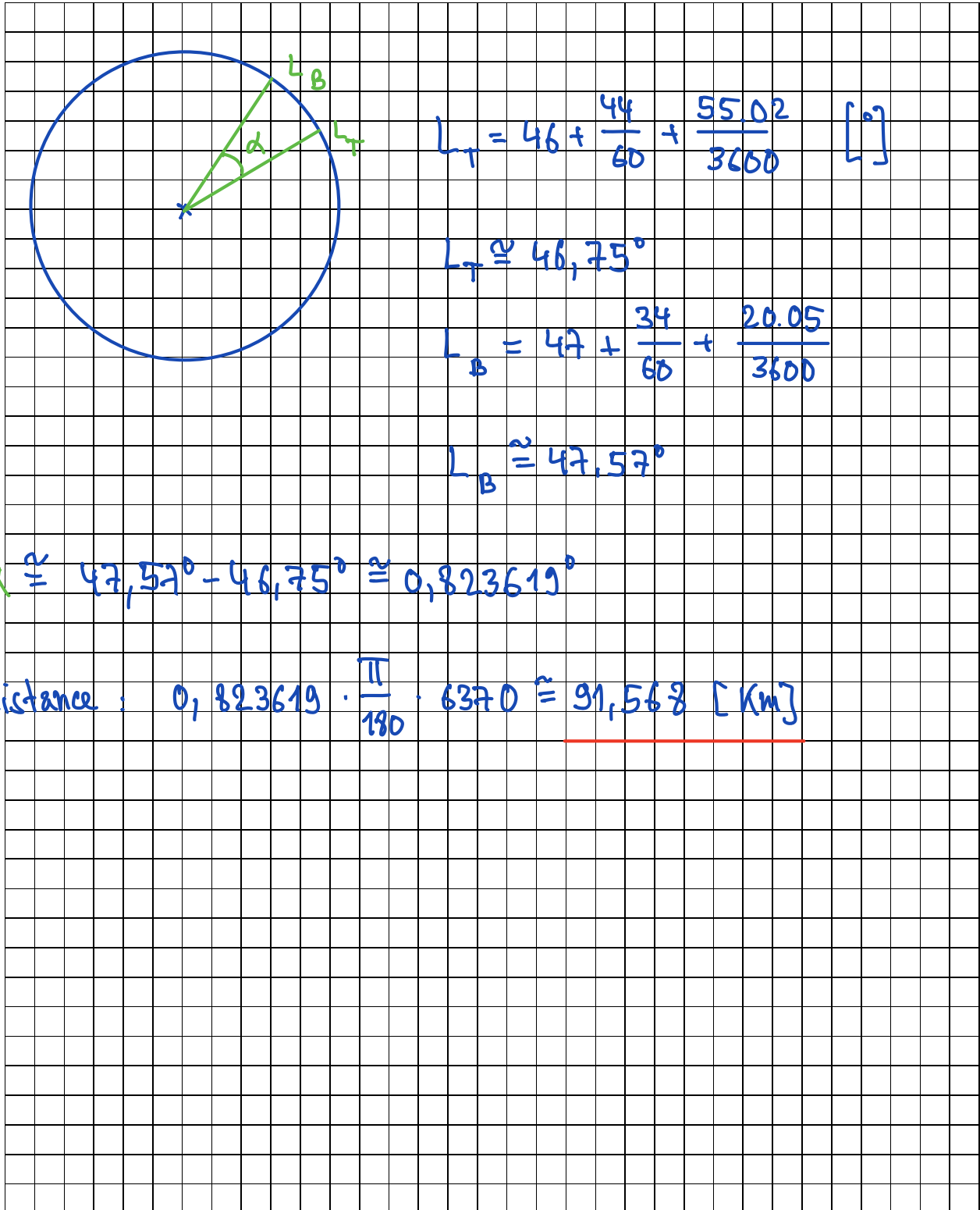
$$b) \quad A = \frac{128}{360} \cdot \pi \cdot 8^2 = \frac{8192}{360} \pi = \frac{1024}{45} \pi \approx \underline{71,49 \text{ cm}^2}$$

Problème 4 (4 points)

Thoune et Bâle se trouvent sur le même méridien terrestre.

Leurs latitudes respectives sont $46^{\circ}44'55.02''\text{N}$ et $47^{\circ}34'20.05''\text{N}$.

Calculer la distance « à vol d'oiseau » entre ces deux villes sachant que le rayon de la terre est de 6370 km.



Problème 5 (8 points)

Résoudre les deux équations trigonométriques suivantes.

a) $\sin(3x) = \cos(x)$

b) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(3x + \pi)$

2) $\sin(3x) = \cos(x)$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = \cos(x)$$

1) $\frac{\pi}{2} - 3x = x + 2k\pi$

$$-4x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

2) $\frac{\pi}{2} - 3x = -x + 2k\pi$

$$-2x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

b) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(3x + \pi)$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (3x + \pi)\right)$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

1) $x + \frac{\pi}{2} = -3x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$$4x = -\pi + 2k\pi$$

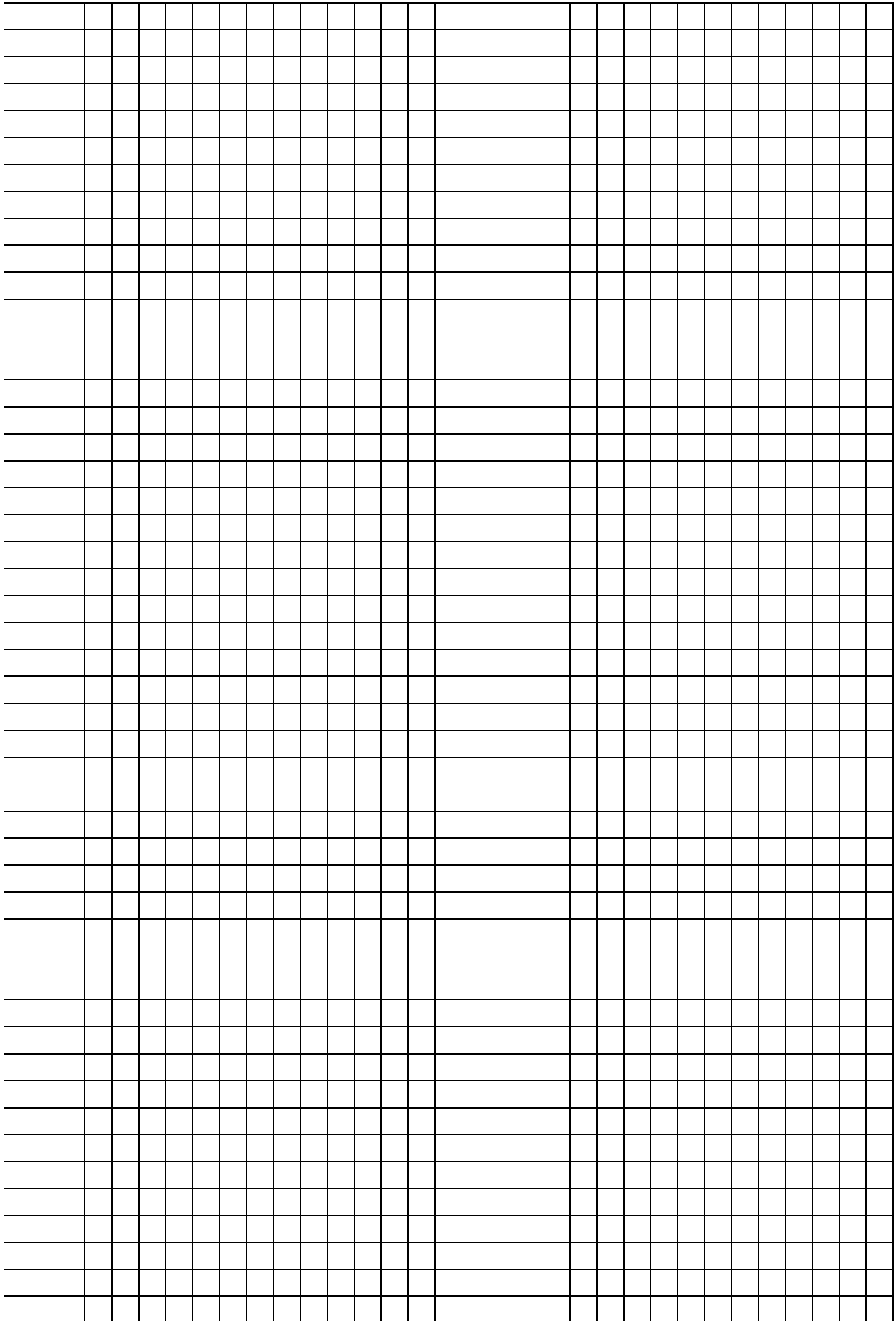
$$x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ou } x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}$$

2) $x + \frac{\pi}{2} = 3x + \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$$-2x = 2k\pi$$

$$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$



Problème 6 (10 points)

Résoudre les deux équations suivantes.

a) $2 \sin^2(x) - 3 \sin(x) + 1 = 0$

b) $12 \cos^2(x) - 8 \sin^2(x) = 2$

a) Posons $y = \sin(x)$

$$2y^2 - 3y + 1 = 0$$

$$(2y - 1)(y - 1) = 0$$

(i) $y = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{711} \quad x = 30^\circ$

$$x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ \quad \text{ou} \quad x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$$

(ii) $y = 1 \Rightarrow \sin(x) = 1$

$$x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ$$

Sol: $x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ, x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ, x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$

b) $12 \cos^2(x) - 8 \sin^2(x) - 2 = 0$

$$6 \cos^2(x) - 4(1 - \cos^2(x)) - 1 = 0$$

$$10 \cos^2(x) - 5 = 0$$

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(x) = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

solution: $x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}$

