

Rappel sur les racines carrées

Soit $a \in \mathbb{R}_+$.

Il existe un unique $r \in \mathbb{R}_+$, tel que $r^2 = a$.

On dit que r est la racine carrée de a . On note $r = \sqrt{a}$

Exemples

1) $a = 4$, $r = 2 = \sqrt{4}$

2) $a = 2,25$, $r = 1,5 = \sqrt{2,25}$

3) $a = 2$, $r = \sqrt{2}$

4) $a = -4$, r n'existe pas

5) $a = 0$, $r = 0 = \sqrt{0}$

Rappel sur les équation du type $x^2 = a$

$$x^2 = a$$

1°) Si $a < 0$, $S = \emptyset$

$$x^2 = -1$$

2°) Si $a = 0$, $S = \{0\}$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

3°) Si $a > 0$, $S = \{-3; 3\}$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

Equations Irrationnelles

2.5.14 Résoudre les équations suivantes.

a) $\sqrt{7-x} = x-5$

b) $x = 4 + \sqrt{4x-19}$

a) $\sqrt{7-x} = x-5$
condition : $7-x \geq 0$
 $7 \geq x$
 $x \leq 7$ $\left| \begin{array}{l} +x \\ \Leftrightarrow \end{array} \right. \triangle !$

Réolvons cette équation :

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{7-x} = x-5 & ()^2 \text{ vérifier les solutions} \\ 7-x = (x-5)^2 & \text{CL} \\ 7-x = x^2-10x+25 & -7+x \\ 0 = x^2-9x+18 & \Leftrightarrow \\ x^2-9x+18 = 0 & \\ (x-6)(x-3) = 0 & \end{array}$$

1°) $x = 6 \leq 7$

Vérification : $\sqrt{7-6} = 6-5 \quad \checkmark$
 $1 = 1$

2°) $x = 3 \leq 7$

Vérification : $\sqrt{7-3} \neq 3-5 \quad \times$
 $2 \neq -2$

c'est une solution parasite

$$S = \{6\}$$

b) $x = 4 + \sqrt{4x - 19}$

Condition :

$$\left. \begin{array}{l} 4x - 19 \geq 0 \\ 4x \geq 19 \\ x \geq 4,75 \end{array} \right\} \begin{array}{l} + 19 \\ \div 4 \end{array}$$

Réolvons cette équation :

$$x = 4 + \sqrt{4x - 19}$$

$$x^2 = (4 + \sqrt{4x - 19})^2$$

$$x^2 = 16 + 8\sqrt{4x - 19} + (4x - 19)$$

$$x = 4 + \sqrt{4x - 19}$$

$$x - 4 = \sqrt{4x - 19}$$

$$x^2 - 8x + 16 = 4x - 19$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

$$(x - 5)(x - 7) = 0$$

1°) $x = 5$

$$5 \stackrel{?}{=} 4 + \sqrt{20 - 19} \checkmark$$

$$5 = 4 + 1$$

2°) $x = 7$

$$7 = 4 + \sqrt{28 - 19} \checkmark$$

$$7 = 4 + 3$$

$$S = \{ 5; 7 \}$$

$$\cancel{(\)^2}$$

$$-4$$

$$(\)^2 \text{ vérification des solutions}$$

$$-4x + 19$$