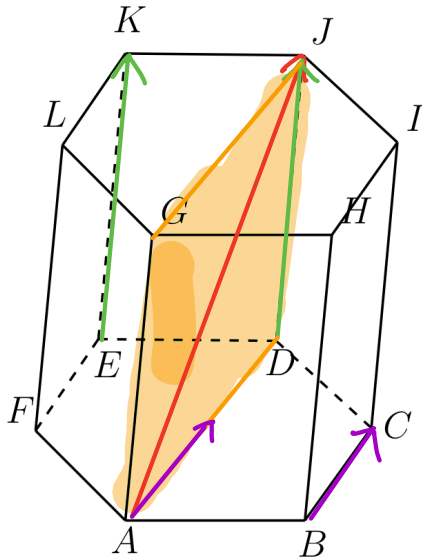


1.2.1

a) $\overrightarrow{AJ}$, $\overrightarrow{EK}$, $\overrightarrow{BC}$ sont coplanaires

19.09.24

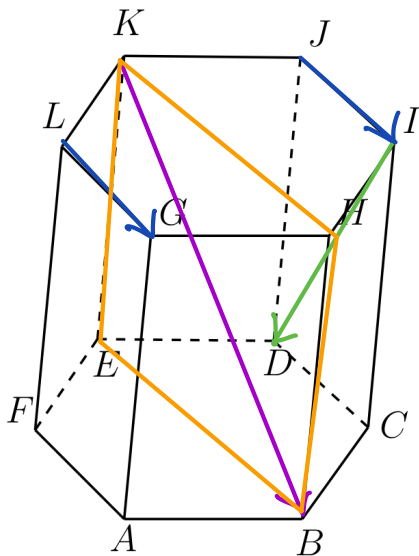


$$\begin{aligned}\overrightarrow{AJ} &= \overrightarrow{EK} + 2\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DJ} \\ &= 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EK}\end{aligned}$$

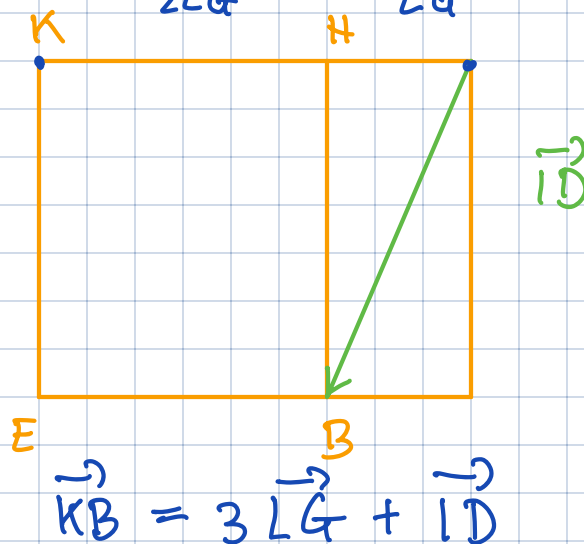
$\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont coplanaires, si on peut exprimer un vecteur en fonction des deux autres

b) $\overrightarrow{LG}$, $\overrightarrow{ID}$, $\overrightarrow{KB}$

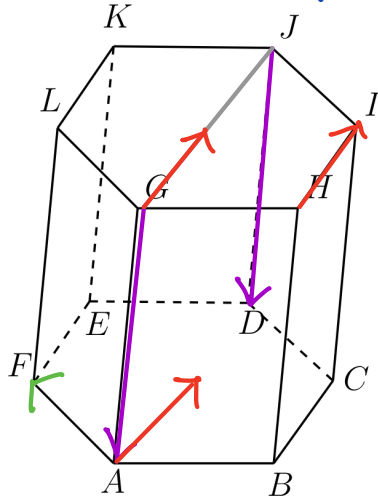
$$\overrightarrow{LG} = \overrightarrow{JI}$$



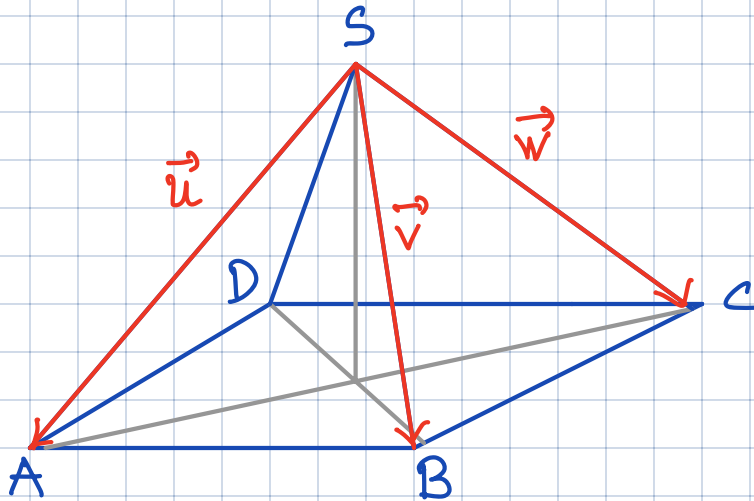
$$\begin{aligned}\overrightarrow{KB} &= \overrightarrow{KH} + \overrightarrow{HB} \\ &\quad 2\overrightarrow{LG} \quad \overrightarrow{LG}\end{aligned}$$



c) $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{JD}$, $\overrightarrow{HI}$ pas coplanaires



1.2.2 Soit une pyramide de sommet S dont la base $ABCD$ est un parallélogramme. On pose $\vec{u} = \overrightarrow{SA}$, $\vec{v} = \overrightarrow{SB}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{SC}$. Réaliser une bonne figure d'étude. Exprimer chacun des vecteurs suivants comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$: $\overrightarrow{SD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$.

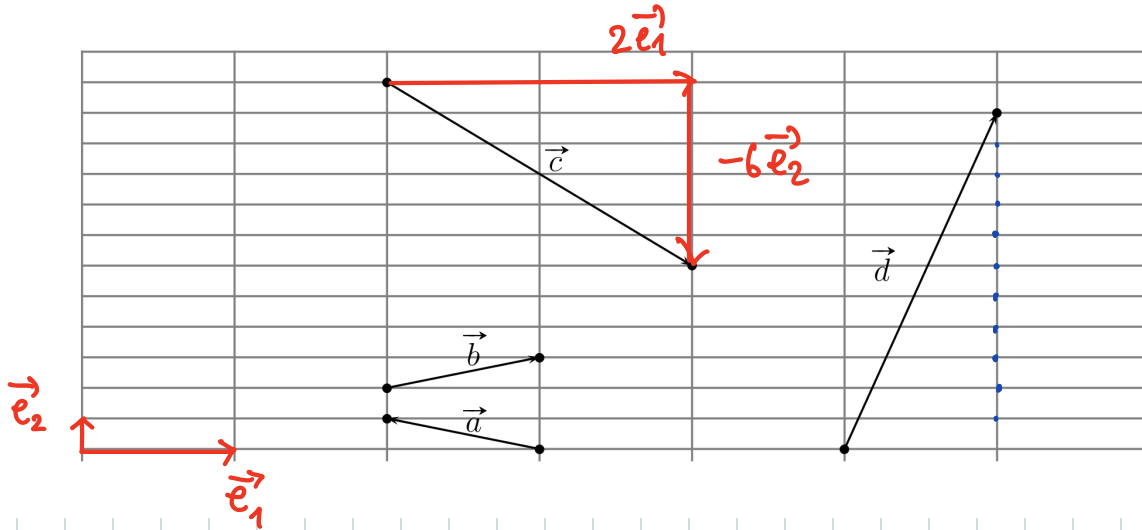


Mardi 1.2.2 et 1.2.3

On dit que les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont linéairement dépendants si on peut exprimer l'un des vecteurs en fonction des deux autres.

Si ce n'est pas le cas, on dit qu'ils sont linéairement indépendants.

1.2.4 Exprimer les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ comme combinaison linéaire de $\vec{c}$ et $\vec{d}$ si :



Choisissons deux vecteurs $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$ placés sur le quadrillage.

$$\begin{cases} \vec{a} = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 \\ \vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{c} = 2\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 \\ \vec{d} = \vec{e}_1 + 11\vec{e}_2 \end{array} \right.$$

Déterminons $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$ en fonction de $\vec{a}$ et $\vec{b}$

$$\textcircled{1} \begin{cases} \vec{a} = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 \\ \vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{c|c} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \\ \hline \cdot 1 & \cdot 1 \\ \cdot 1 & \cdot (-1) \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = 2\vec{e}_2 \\ \vec{a} - \vec{b} = -2\vec{e}_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{e}_2 = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} \\ \vec{e}_1 = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} \vec{c} = 2\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 \\ \vec{d} = \vec{e}_1 + 11\vec{e}_2 \end{cases} \quad \begin{array}{c|c} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \\ \hline \cdot 1 & \cdot 11 \\ \cdot (-2) & \cdot 6 \end{array}$$

$$\begin{cases} \vec{c} - 2\vec{d} = -28\vec{e}_2 \Rightarrow \vec{e}_2 = -\frac{1}{28}\vec{c} + \frac{1}{14}\vec{d} \\ 11\vec{c} + 6\vec{d} = 28\vec{e}_1 \Rightarrow \vec{e}_1 = \frac{11}{28}\vec{c} + \frac{6}{28}\vec{d} \end{cases}$$

$$\vec{e}_1 = \frac{11}{28}\vec{c} + \frac{3}{14}\vec{d}$$

$$\vec{e}_2 = -\frac{1}{28}\vec{c} + \frac{1}{14}\vec{d}$$

Nous avons trouvé:

$$\textcircled{3} \quad \vec{a} = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 = -\left(\frac{11}{28}\vec{c} + \frac{3}{14}\vec{d}\right) + \left(-\frac{1}{28}\vec{c} + \frac{1}{14}\vec{d}\right)$$

$$\textcircled{4} \quad \vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 = \left(\frac{11}{28}\vec{c} + \frac{3}{14}\vec{d}\right) + \left(-\frac{1}{28}\vec{c} + \frac{1}{14}\vec{d}\right)$$

$$\textcircled{3} \quad \vec{a} = -\frac{11}{28}\vec{c} - \frac{1}{28}\vec{c} - \frac{3}{14}\vec{d} + \frac{1}{14}\vec{d}$$

$$\vec{a} = -\frac{12}{28}\vec{c} - \frac{2}{14}\vec{d} = \underline{\underline{-\frac{3}{7}\vec{c} - \frac{1}{7}\vec{d}}}$$

$$\textcircled{4} \quad \vec{b} = \frac{11}{28}\vec{c} - \frac{1}{28}\vec{c} + \frac{3}{14}\vec{d} + \frac{1}{14}\vec{d}$$

$$\vec{b} = \frac{10}{28}\vec{c} + \frac{4}{14}\vec{d} = \underline{\underline{\frac{5}{14}\vec{c} + \frac{2}{7}\vec{d}}}$$

Deuxième méthode

On n'utilise pas $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$

$$\begin{cases} \vec{c} = -4\vec{a} - 2\vec{b} \\ \vec{d} = 5\vec{a} + 6\vec{b} \end{cases} \quad \begin{array}{c|c} \vec{a} & \vec{b} \\ \hline \cdot 5 & \cdot 3 \\ \hline \cdot 4 & \cdot 1 \end{array}$$

$$5\vec{c} + 4\vec{d} = 14\vec{b} \quad \Rightarrow \quad \vec{b} = \frac{5}{14}\vec{c} + \frac{4}{14}\vec{d}$$

$$3\vec{c} + \vec{d} = -7\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -\frac{3}{7}\vec{c} - \frac{1}{7}\vec{d}$$

$\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont exprimés comme combinaison linéaire de $\vec{c}$ et $\vec{d}$.