

2.3.13 Déterminer, sans effectuer la division,  $m$  et  $n$  sachant que :

a)  $x^3 + mx + n$  est divisible par  $(x-1)(x+2)$ ,

b)  $x^3 + mx^2 + n$  est divisible par  $x^2 - x - 6$ .

a)  $p = x^3 + \underline{m}x + \underline{n}$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} p(1) = 0 : & \quad 1 + m + n = 0 \\ \textcircled{2} p(-2) = 0 : & \quad -8 - 2m + n = 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} m + n = -1 \\ -2m + n = 8 \end{cases}$$

① Comme  $x-1/p$ , on doit avoir  $p(1) = 0$

② Comme  $x+2/p$ , on doit avoir  $p(-2) = 0$

On résout le système :

$$\begin{cases} m + n = -1 \\ -2m + n = 8 \end{cases} \left| \begin{array}{c|c} m & n \\ \cdot 2 & \cdot 1 \\ \cdot 1 & \cdot (-1) \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} 3n = 6 \\ 3m = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ m = -3 \end{cases}$$

2.3.13 Déterminer, sans effectuer la division,  $m$  et  $n$  sachant que :

b)  $x^3 + mx^2 + n$  est divisible par  $x^2 - x - 6$ .

$$(x - 3)(x + 2)$$

$$\begin{aligned} \bullet p(3) &= 0 \\ \bullet p(-2) &= 0 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} 27 + 9m + n = 0 \\ -8 + 4m + n = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 9m + n = -27 \\ 4m + n = 8 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -7 \\ n = 36 \end{cases}$$

**2.3.14** Je suis un polynôme  $P$  de degré 5 et possède les propriétés suivantes :

- 1) • je m'annule en 0 et en 2,
- 2) • je suis divisible par  $x + 2$ ,
- 3) •  $x - 3$  apparaît dans ma factorisation,
- 4) • le reste de ma division par  $x + 3$  est égal à  $-630$ ,
- 5) • mon évaluation en  $x = 1$  est égale à 6.

Qui suis-je ?

$$\begin{array}{l}
 1) \text{ Il est divisible par } x \text{ et } x-2 \\
 2) \text{ Il est divisible par } x+2 \\
 3) \text{ Il est divisible par } x-3
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1) \\ 2) \\ 3) \end{array}} \right\} P = x(x-2)(x+2)(x-3)(ax+b)$$

il faut trouver  $a$  et  $b$

$$4) \quad p(-3) = -630 : -3 \cdot (-5) \cdot (-1) \cdot (-6) (-3a+b) = -630$$

2.3.9

$$5) \quad p(1) = 6 : 1 \cdot (-1) \cdot 3 \cdot (-2) (a+b) = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 90(-3a+b) = -630 & \div 90 \\ 6(a+b) = 6 & \div 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a+b = -7 \\ a+b = 1 \end{cases} \begin{array}{c|c} b & a \\ \hline \cdot(-1) & \cdot 1 \\ \cdot 1 & \cdot 3 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 8 \\ 4b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Enfinement :  $P = x(x-2)(x+2)(x-3)(2x-1)$

$$P = x(x-2)(x+2)(x-3)(2x-1)$$

$$P = (x^3 - 4x)(2x^2 - 7x + 3) = 2x^5 - 7x^4 - 5x^3 + 28x^2 - 12x$$

	$2x^2$	$-7x$	$3$
$x^3$	$2x^5$	$-7x^4$	$3x^3$
$-4x$	$-8x^3$	$28x^2$	$-12x$