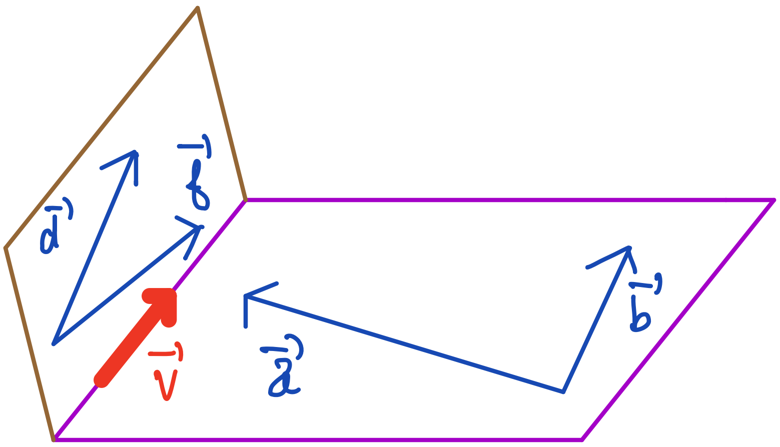
1.3.6 Calculer les vecteurs $\vec{v}$ qui sont à la fois coplanaire à $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et coplanaires à $\vec{d}$ et $\vec{f}$, si

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \ \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix}, \ \vec{d} = \begin{pmatrix} 35 \\ 14 \\ -10 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{f} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$



$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

1) $$\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & \alpha & 1 & 0 \\ -3 & 8 & \beta & -3 & 8 \\ 2 & -5 & \gamma & 2 & -5 \end{array}\right| = 8\gamma + 15\alpha - 16\alpha + 5\beta = 0$$

① $-\alpha + 5\beta + 8\gamma = 0$

2) $$\left|\begin{array}{ccc|cc} 35 & -2 & \alpha & 35 & -2 \\ 14 & -1 & \beta & 14 & -1 \\ -10 & 0 & \gamma & -10 & 0 \end{array}\right| = -35\gamma + 20\beta - 10\alpha + 28\gamma = 0$$

② $-10\alpha + 20\beta - 7\gamma = 0$

On resout le système en fonction de γ

$$\begin{cases} -\alpha + 5\beta + 8\gamma = 0 \\ -10\alpha + 20\beta - 7\gamma = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} \alpha - 5\beta &=& 8\gamma \\ 10\alpha - 20\beta &=& -7\gamma \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot 10 \\ \cdot(-1) \end{array}\right| \begin{array}{l} \cdot(-4) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} -30\beta &=& 87\gamma \\ 6\alpha &=& -39\gamma \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \beta = -\frac{29}{10}\gamma \\ \alpha = \frac{-13}{2}\gamma \end{array}\right.$$

Par exemple, si $\gamma = -10$, on a $\beta = 29$ et $\alpha = 65$

donc $\vec{V} = \begin{pmatrix} 65 \\ 29 \\ -10 \end{pmatrix}$