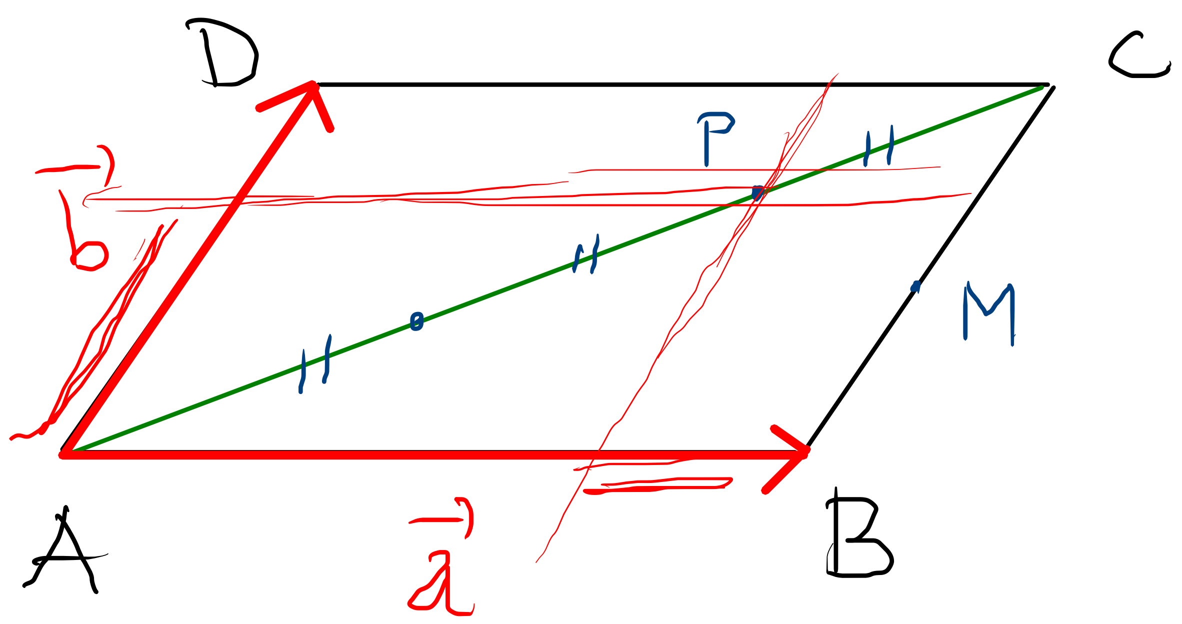
02.09.22

1.1.14 Soit $ABCD$ un parallélogramme pour lequel on pose $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$. Soit M le milieu de BC et P le point tel que $\overrightarrow{PA} = -2\overrightarrow{PC}$. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PM}$ et $\overrightarrow{DM}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$.



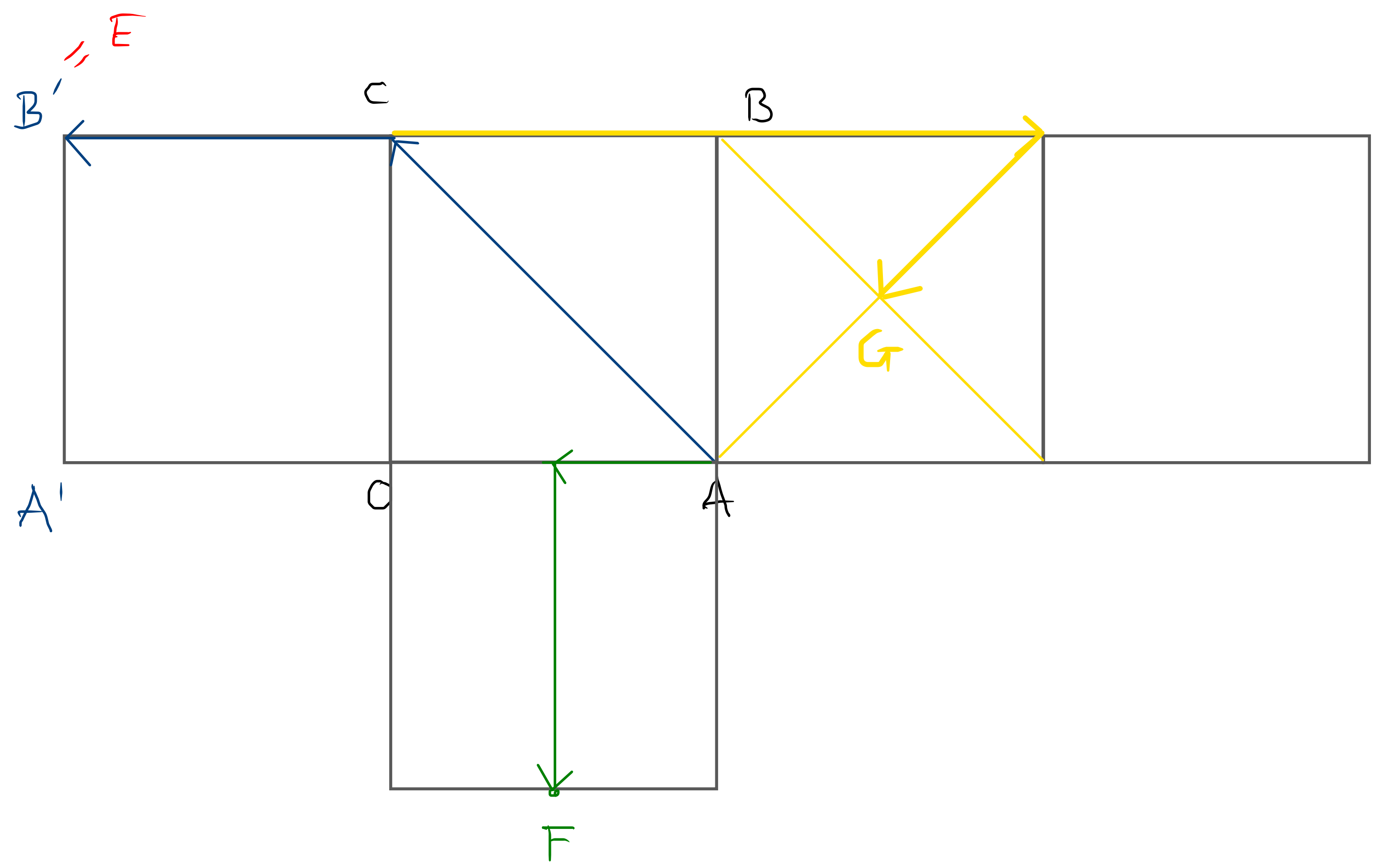
$$\overrightarrow{PB} = \frac{1}{3}\vec{a} + \left(-\frac{2}{3}\vec{b}\right)$$

$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CM}$$
$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \left(-\frac{1}{2}\vec{b}\right) = \frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b}\right) - \frac{1}{2}\vec{b}$$
$$= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{b}$$
$$= \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{6}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$$

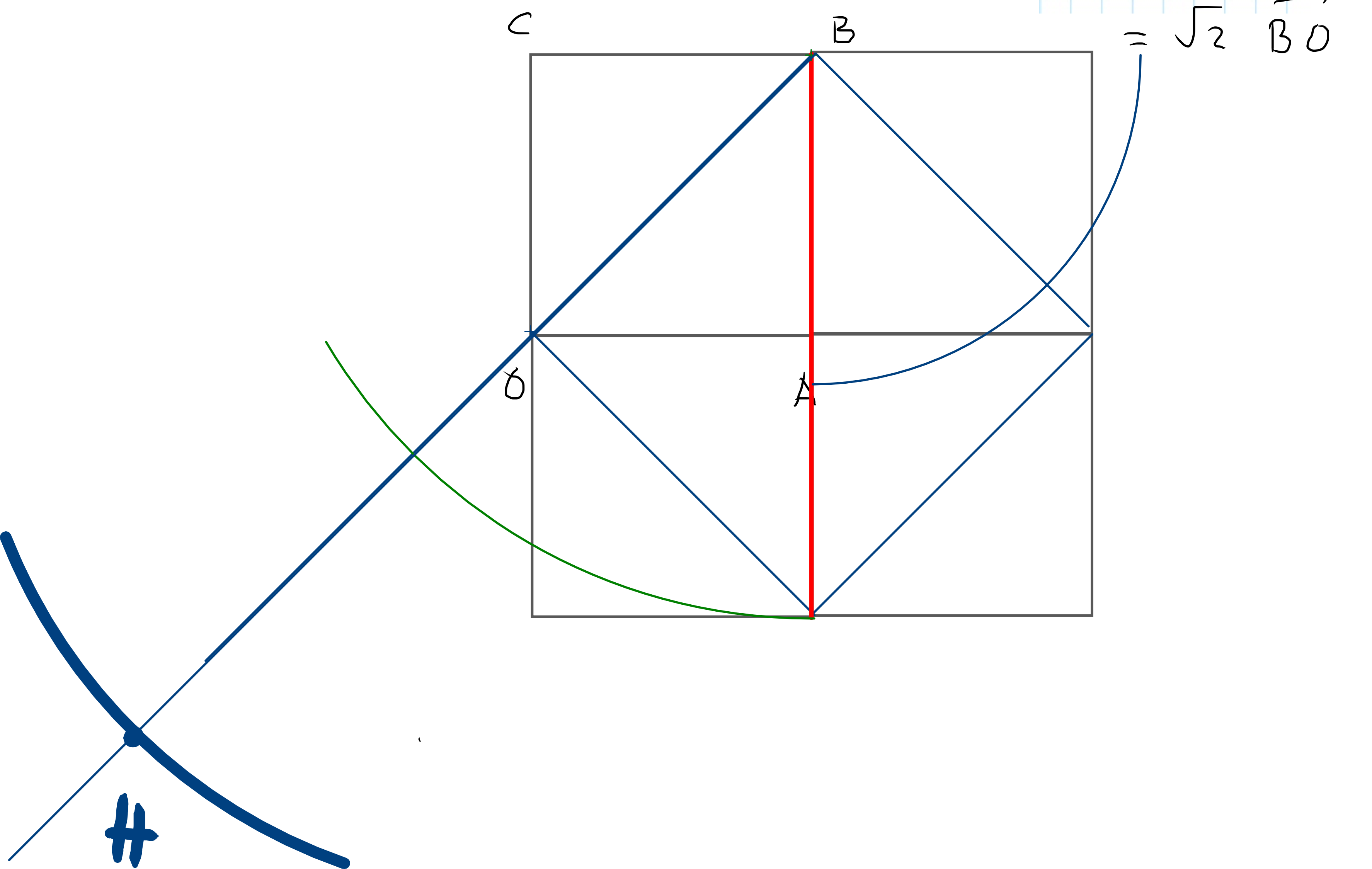
1.1.17 Représenter un carré $OABC$ puis construire les points E, F, G et H tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OC}, \quad \overrightarrow{CG} = 2\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BO} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OH} = -\sqrt{2}\,\overrightarrow{OB}.$$

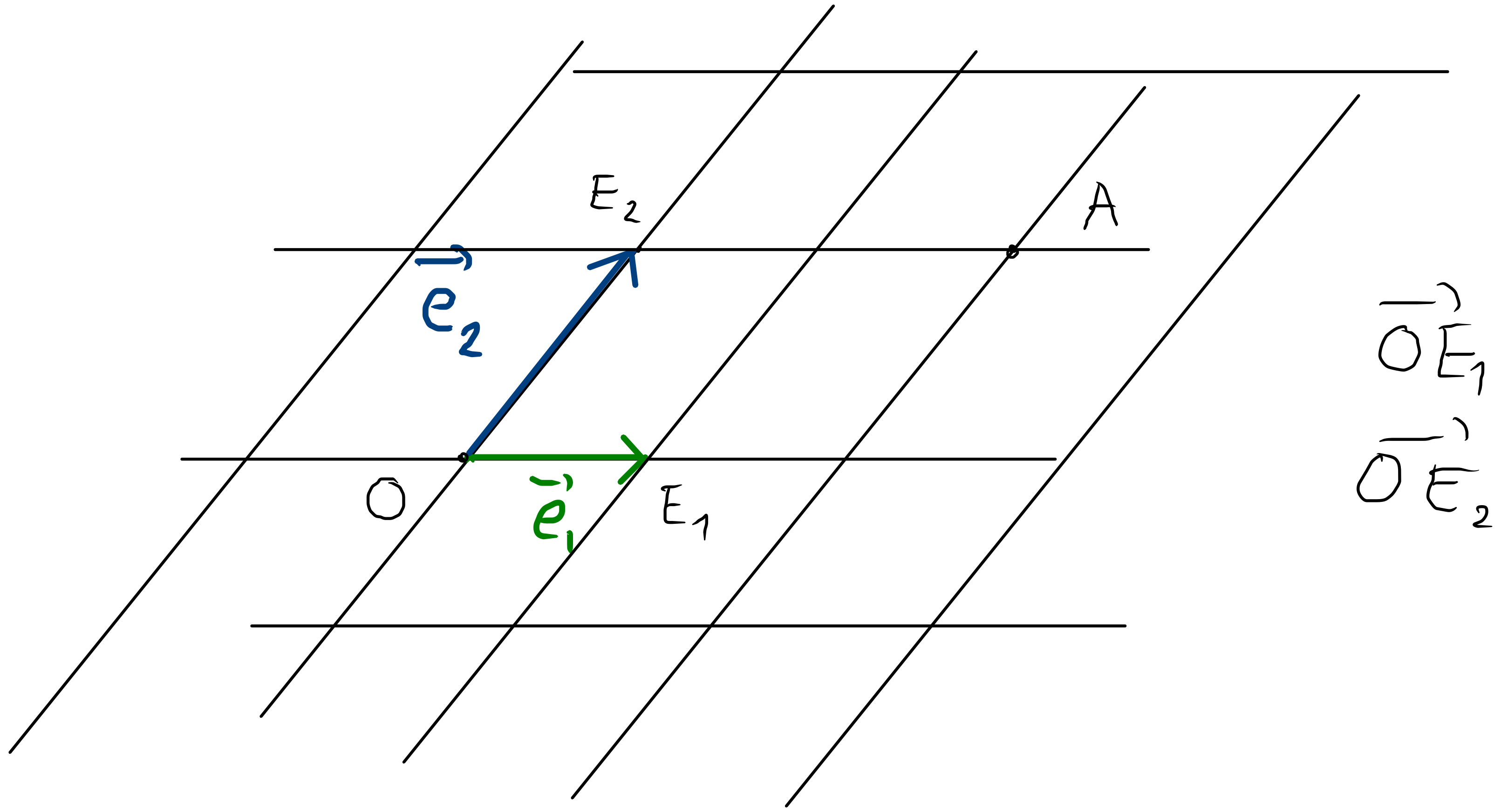


$\overrightarrow{OH} = -\sqrt{2}\,\overrightarrow{OB}.$

$= \sqrt{2}\,\overrightarrow{BO}$



Repères dans le plan

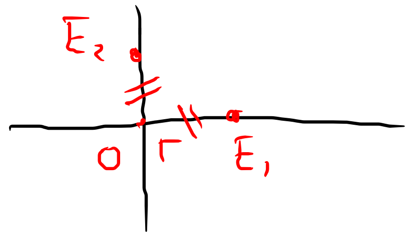


$\vec{OE_1} = \vec{e_1}$
$\vec{OE_2} = \vec{e_2}$

Le point A dans le repère $\mathcal{R}(O; E_1, E_2)$ a les coordonnées $(2; 1)$

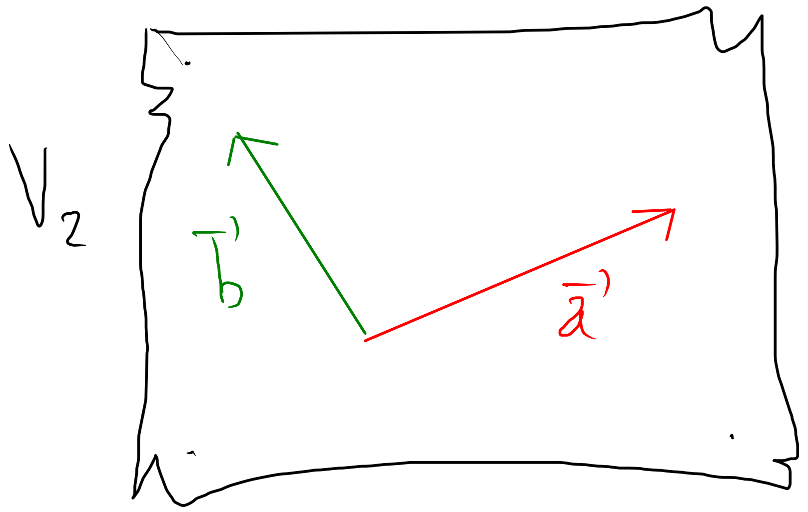
Le point A dans le repère $\mathcal{R}'(O; E_2; E_1)$ a les coordonnées $(1; 2)$

Un repère est orthonormé si les axes sont perpendiculaires et si les points E_1 et E_2 sont à égales distance de O.



Base de V_2

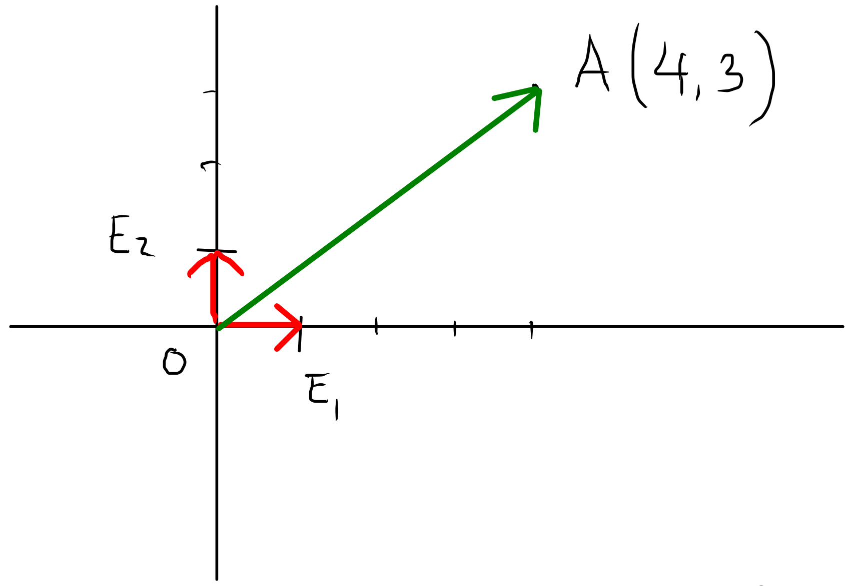
Une base de V_2 est un couple de vecteurs linéairement indépendants



$$\mathcal{B} = (\vec{a}, \vec{b})$$

$$\mathcal{B}^* = (\vec{b}, \vec{a})$$

Soit $\mathcal{R} = (O; E_1; E_2)$ un repère orthonormé, on lui associe une base orthonormée $\mathcal{B} = (\overrightarrow{OE_1}, \overrightarrow{OE_2})$



$\overrightarrow{OE_1} = \vec{e_1}$ et $\overrightarrow{OE_2} = \vec{e_2}$

$$\overrightarrow{OA} = 4\,\vec{e_1} + 3\,\vec{e_2} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

On dit que $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ sont les composantes du vecteur $\overrightarrow{OA}$.

Dans la base $\mathcal{B}^* = (\vec{e_2}, \vec{e_1})$, $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.