05.04.23

3.4.25 Résoudre les inéquations suivantes.

d) $(x-2)\cdot(x^2+6x-1) > (x^2-4)\cdot(x^2+1)$

$(x-2)(x^2+6x-1) - (x^2-4)(x^2+1) > 0$

$(x-2)(x^2+6x-1) - (x-2)(x+2)(x^2+1) > 0$

$(x-2)\left[(x^2+6x-1) - (x+2)(x^2+1)\right] > 0$

$(x-2)\left[x^2+6x-1 - (x^3+x+2x^2+2)\right] > 0$

$(x-2)\left[x^2+6x-1-x^3-x-2x^2-2\right] > 0$

$(x-2)\underbrace{(-x^3-x^2+5x-3)}_{p} > 0$

$(x-2)$

$p(1) = 0 \Rightarrow x-1 \mid p$

Effectuons la division de p par $x-1$ par Horner.

	-1	-1	5	-3
1		-1	-2	3
	-1	-2	3	0

$p = (x-1)(-x^2-2x+3)$

$p = -(x-1)(x^2+2x-3)$

$p = -(x-1)(x+3)(x-1) = -(x-1)^2(x+3)$

L'inéquation est :

$\underbrace{-(x-2)(x-1)^2(x+3)}_{f(x)} > 0$

2 1 -3

x		-3 impair		1 pair		2 impair	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

x		-3		1		2	
-1	$-$		$-$		$-$		$-$
$x-2$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$(x-1)^2$	$+$		$+$	0	$+$		$+$
$x+3$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

$S =]-3;1[\cup]1;2[$ ☺

$=]-3;2[- \{1\}$ ☹

3.4.26 Résoudre les inéquations suivantes.

a) $\dfrac{x^2-4}{x^2-x} > 0$

$$\frac{\overset{2}{(x-2)}\,\overset{-2}{(x+2)}}{\underbrace{\underset{0}{x}\,\underset{1}{(x-1)}}_{f(x)}} > 0$$

$ED = \mathbb{R}^* - \{1\}$

0 et 1 annulent le dénominateur

x		-2		0		1		2	
$f(x)$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$

$\Vert$ on exclut la valeur

$$S = \left]-\infty\,;\,-2\right[\cup \left]0\,;\,1\right[\cup \left]2\,;\,+\infty\right[$$

d) $\frac{2}{x^2} \geq 1 - x$

$$\frac{2}{x^2} - 1 + x \geqslant 0$$

$$\frac{2 - x^2 + x^3}{x^2} \geqslant 0$$

$$\frac{x^3 - x^2 + 2}{x^2} \geqslant 0$$

Factorisons $p = x^3 - x^2 + 2$

$p(-1) = 0 \implies x + 1 \mid p$

Divisons p par $x + 1$ par Horner :

	1	-1	0	2
-1		-1	2	-2
	1	-2	2	0

$$p = (x+1)(\underbrace{x^2 - 2x + 2}_{\Delta < 0})$$

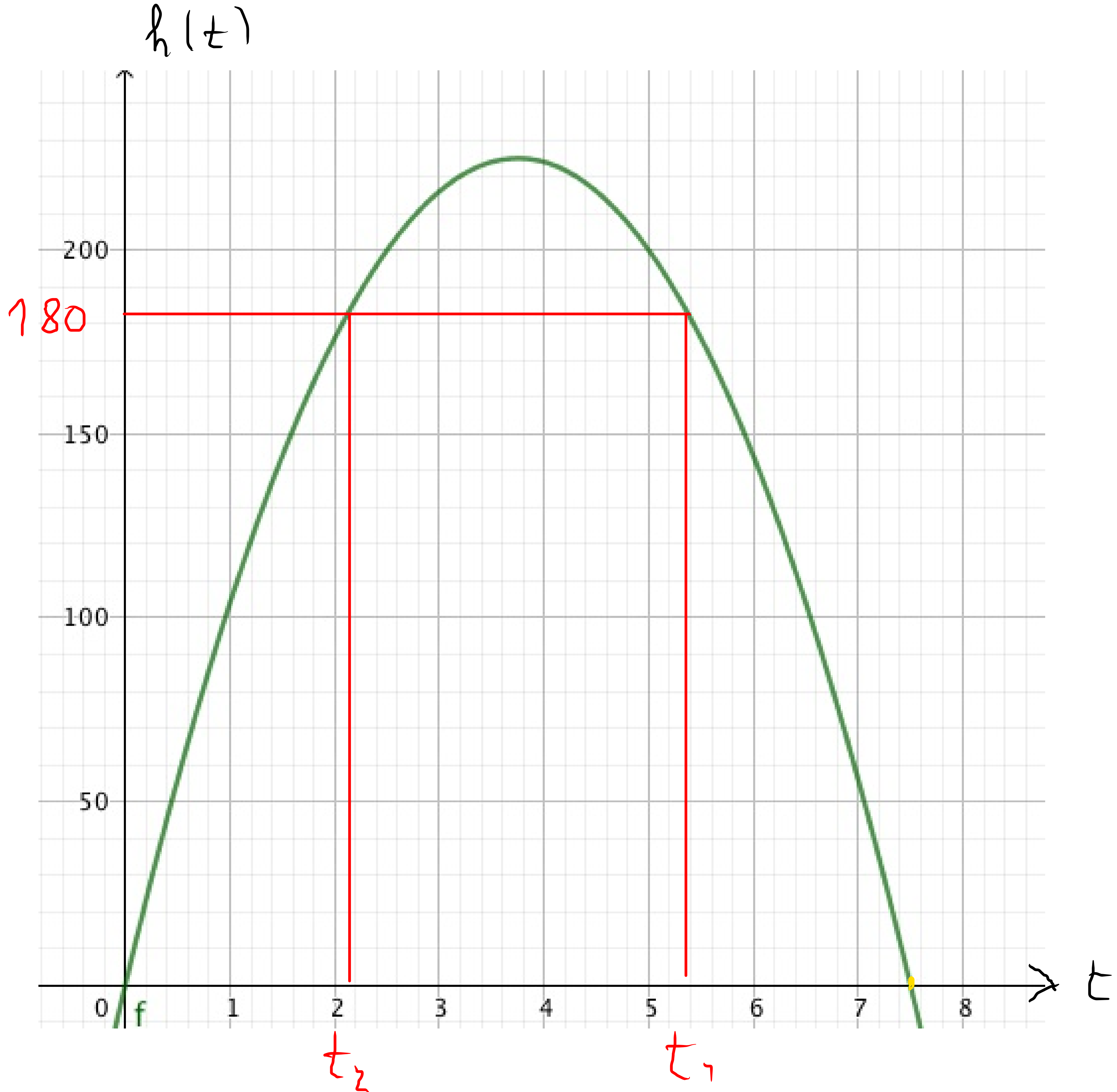
$$\frac{(x+1)(x^2 - 2x + 2)}{x^2} \geq 0 \qquad ED = \mathbb{R}^*$$

x		-1_s		0_d	
$f(x)$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$

$$S = [-1 ; 0[\; \cup \;]0 ; +\infty[$$

$$S = [-1 ; +\infty[\; - \{0\}$$

3.4.9 La hauteur h (en m) au-dessus du sol d'une fusée jouet t secondes après son lancement est donnée par $h(t) = -16\,t^2 + 120\,t$.
Quand la fusée sera-t-elle à 180 m du sol ?



$$-16t^2 + 120t = 180$$

$$16t^2 - 120t + 180 = 0$$

$$4t^2 - 30t + 45 = 0$$

$$\Delta = 900 - 16 \cdot 45 = 180$$

$$t_1 = \frac{30 + \sqrt{180}}{8} \cong 5{,}43 \ [s]$$

$$t_2 = \frac{30 - \sqrt{180}}{8} \cong 2{,}07 \ [s]$$