

2.3.13

07.10.22

2.3.13 Déterminer, sans effectuer la division,  $m$  et  $n$  sachant que :

b)  $\underbrace{x^3 + mx^2 + n}_p$  est divisible par  $\underbrace{x^2 - x - 6}_q$ . : 
$$x^3 + mx^2 + n = (x^2 - x - 6)(x - \alpha)$$
$$= (x - 3)(x + 2)(x - \alpha)$$

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

Comme  $q/p$ , on doit avoir  $q(3) = 0$ , et  $q(-2) = 0$

$$q(3) = 0 : 27 + 9m + n = 0$$

$$q(-2) = 0 : -8 + 4m + n = 0$$

Réolvons ce système :

$$\begin{cases} 9m + n = -27 \\ 4m + n = 8 \end{cases} \begin{array}{l} n \\ \cdot 1 \\ \cdot (-1) \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m = -35 \\ n = -4m + 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -7 \\ n = 36 \end{cases}$$

$$p = x^3 - 7x^2 + 36$$

2.3.14 Je suis un polynôme de degré 5 et possède les propriétés suivantes :

- a) • je m'annule en 0 et en 2,
- b) • je suis divisible par  $x+2$ ,
- c) •  $x-3$  apparaît dans ma factorisation,
- d) • le reste de ma division par  $x+3$  est égal à  $-630$ ,
- e) • mon évaluation en  $x=1$  est égale à 6.

Qui suis-je?

Soit  $p$  le polynôme cherché :

$$p = a_5 x^5 + \dots + a_0$$

a)  $x / p$  ,  $(x-2) / p$

b)  $(x+2) / p$

c)  $(x-3) / p$

$$p = x(x-2)(x+2)(x-3)(ax+b)$$

d)  $p(-3) = -630$

e)  $p(1) = 6$

$$\begin{array}{l} d) : \quad -3 \cdot (-5) \cdot (-1) \cdot (-6) (-3a+b) = -630 \\ \quad \quad 90(-3a+b) = -630 \\ \quad \quad -3a+b = -7 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ \div 90 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} e) : \quad 1 \cdot (-1) \cdot 3 \cdot (-2) (a+b) = 6 \\ \quad \quad 6(a+b) = 6 \\ \quad \quad a+b = 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ \div 6 \end{array} \right.$$

On résout le système :  $\begin{matrix} a & b \end{matrix}$

$$\begin{cases} -3a+b = -7 \\ a+b = 1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 3 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \cdot (-1) \\ -1 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4b = -4 \\ 4a = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Finalement :  $p = x(x-2)(x+2)(x-3)(2x-1)$

$$\begin{aligned} p &= (x^3 - 4x)(2x^2 - 7x + 3) \\ &= 2x^5 - 7x^4 + 3x^3 \\ &\quad - 8x^3 + 28x^2 - 12x \end{aligned}$$

$$p = 2x^5 - 7x^4 - 5x^3 + 28x^2 - 12x$$

Jewdi 13

---

$\Rightarrow 2, 3, 17$