10.11.22

Résolution de l'équation du deuxième degré ($a \neq 0$)

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$
$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

1er cas : $b^2 - 4ac < 0$

Comme $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ ne peut pas être négatif, on a $S = \emptyset$

2ème cas : $b^2 - 4ac = 0$

on a $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$, donc

$S = \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$

3ème cas : $b^2 - 4ac > 0$, alors

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$S = \left\{ \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$$

On appelle $\Delta = b^2 - 4ac$ le discriminant de l'équation.

$$2x^2 + 3x - 20 = 0$$
$$x^2 + \frac{3}{2}x - 10 = 0$$
$$x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 10$$
$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} + 10$$
$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{169}{16}$$

$$\left[\begin{array}{l} x + \frac{3}{4} = \frac{13}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{2} \\ \text{ou} \\ x + \frac{3}{4} = -\frac{13}{4} \Rightarrow x = -4 \end{array}\right.$$