14.09.22

1.2.11 Soit $\mathfrak{B} = (\vec{e_1}; \vec{e_2})$ une base de V_2 et $\mathfrak{B}' = \left(\vec{a}; \vec{b}\right)$ une autre base de V_2. On donne les composantes de $\vec{a}$ et $\vec{b}$ relativement à la base $\mathfrak{B}$: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Donner les composantes de $\vec{e_1}$ et $\vec{e_2}$ dans la base $\mathfrak{B}$.

b) Donner les composantes de $\vec{e_1}$ et $\vec{e_2}$ dans la base $\mathfrak{B}'$.

a) $\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathfrak{B}}$ $\quad \vec{e_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathfrak{B}}$

b) $\mathfrak{B}' = (\vec{a}, \vec{b})$ $\quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathfrak{B}'}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathfrak{B}'}$

$$\begin{cases} \vec{a} = 1 \cdot \vec{e_1} + 1 \cdot \vec{e_2} \\ \vec{b} = 2 \cdot \vec{e_1} + 3\,\vec{e_2} \end{cases} \quad \begin{array}{c|c} \vec{e_2} & \vec{e_1} \\ \cdot 3 & 2 \\ \cdot(-1) & \cdot(-1) \\ 1 & 2 \end{array}$$

1
$$\begin{array}{rcl} 3\vec{a} & = & 3\vec{e_1} + 3\vec{e_2} \\ -\vec{b} & = & -2\vec{e_1} - 3\vec{e_2} \\ \hline \end{array}$$
$$\boxed{3\vec{a} - \vec{b} = \vec{e_1}}$$

2
$$\begin{array}{rcl} 2\vec{a} & = & 2\vec{e_1} + 2\vec{e_2} \\ -\vec{b} & = & -2\vec{e_1} - 3\vec{e_2} \\ \hline \end{array}$$
$$\boxed{2\vec{a} - \vec{b} = -\vec{e_2}} \quad | \cdot (-1)$$

$$\vec{e_1} = 3\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}_{\mathfrak{B}'}$$

$$\vec{e_2} = -2\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathfrak{B}'}$$