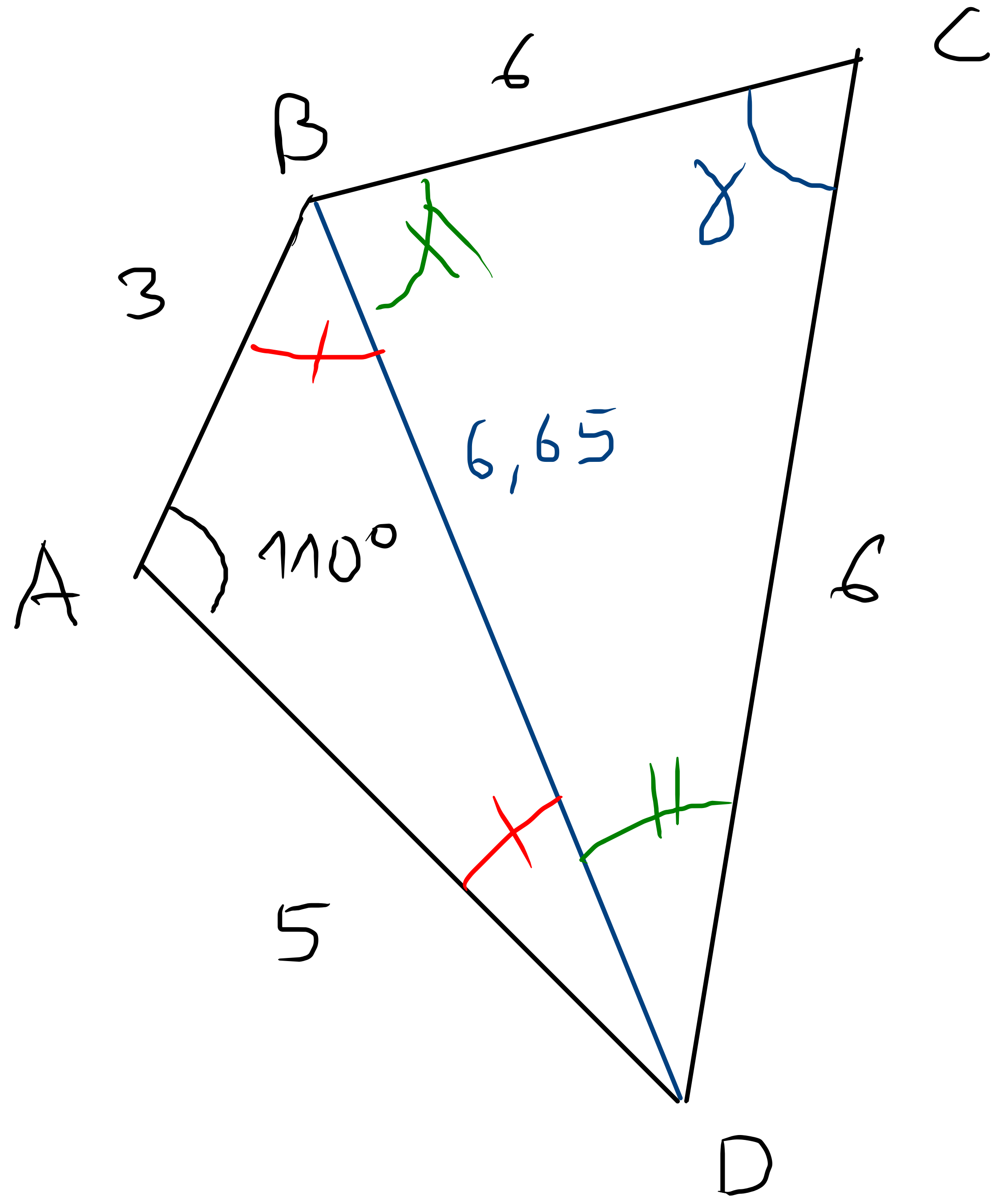
4.4.8 D'un quadrilatère convexe $ABCD$, on donne l'angle en A : 110°, ainsi que les longueurs des quatres côtés : $AB = 3$, $BC = 6$, $CD = 6$ et $DA = 5$. Calculer l'aire et les angles du quadrilatère.



1) $BD^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos(110°)$

$BD = 6,65$

2) $6,65^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos(\gamma)$

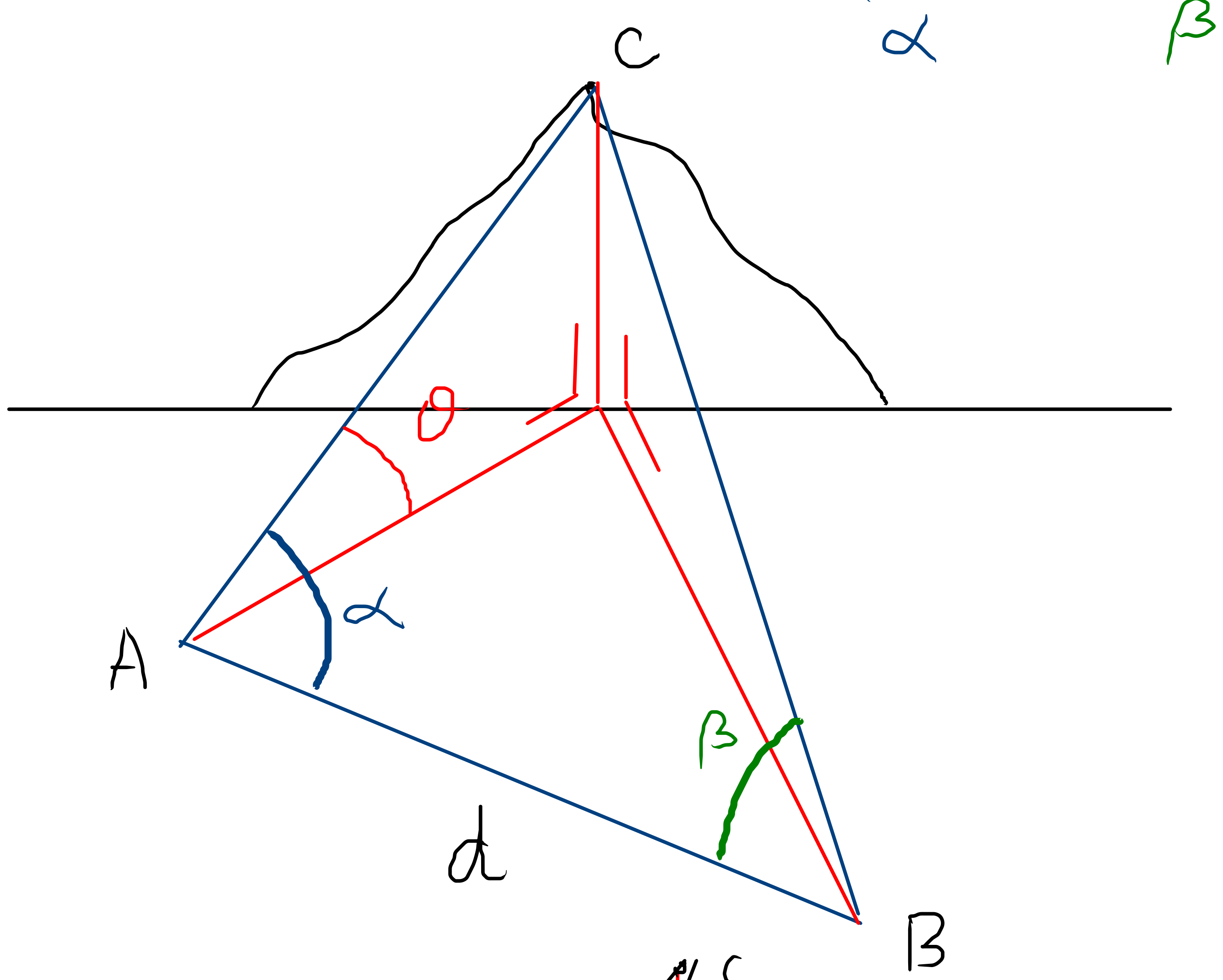
$\cos(\gamma) = \dfrac{6^2 + 6^2 - 6,65^2}{2 \cdot 6 \cdot 6}$

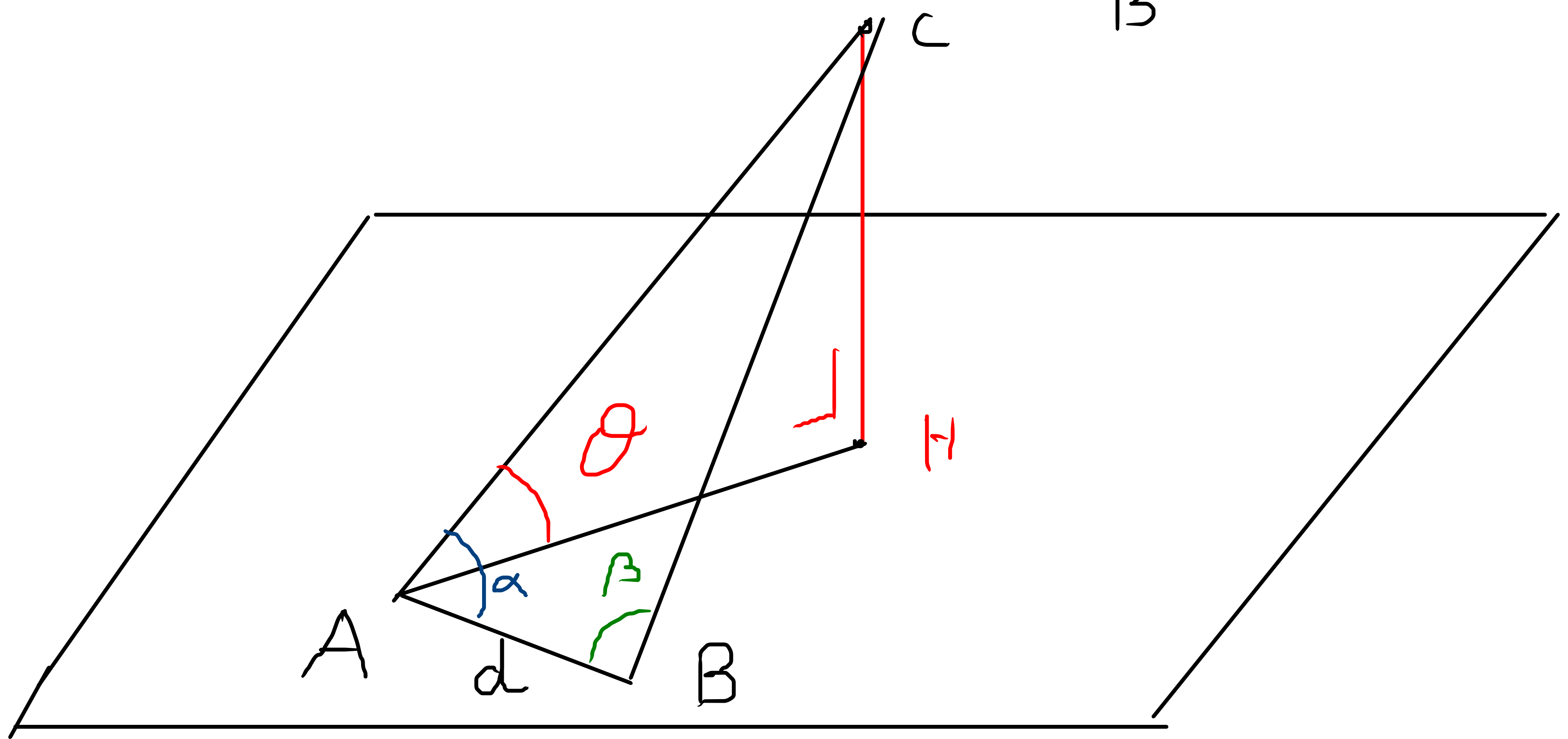
$\Rightarrow \gamma \cong 67,3°$

4.4.10 Pour déterminer l'altitude du sommet C d'une montagne, on choisit deux points

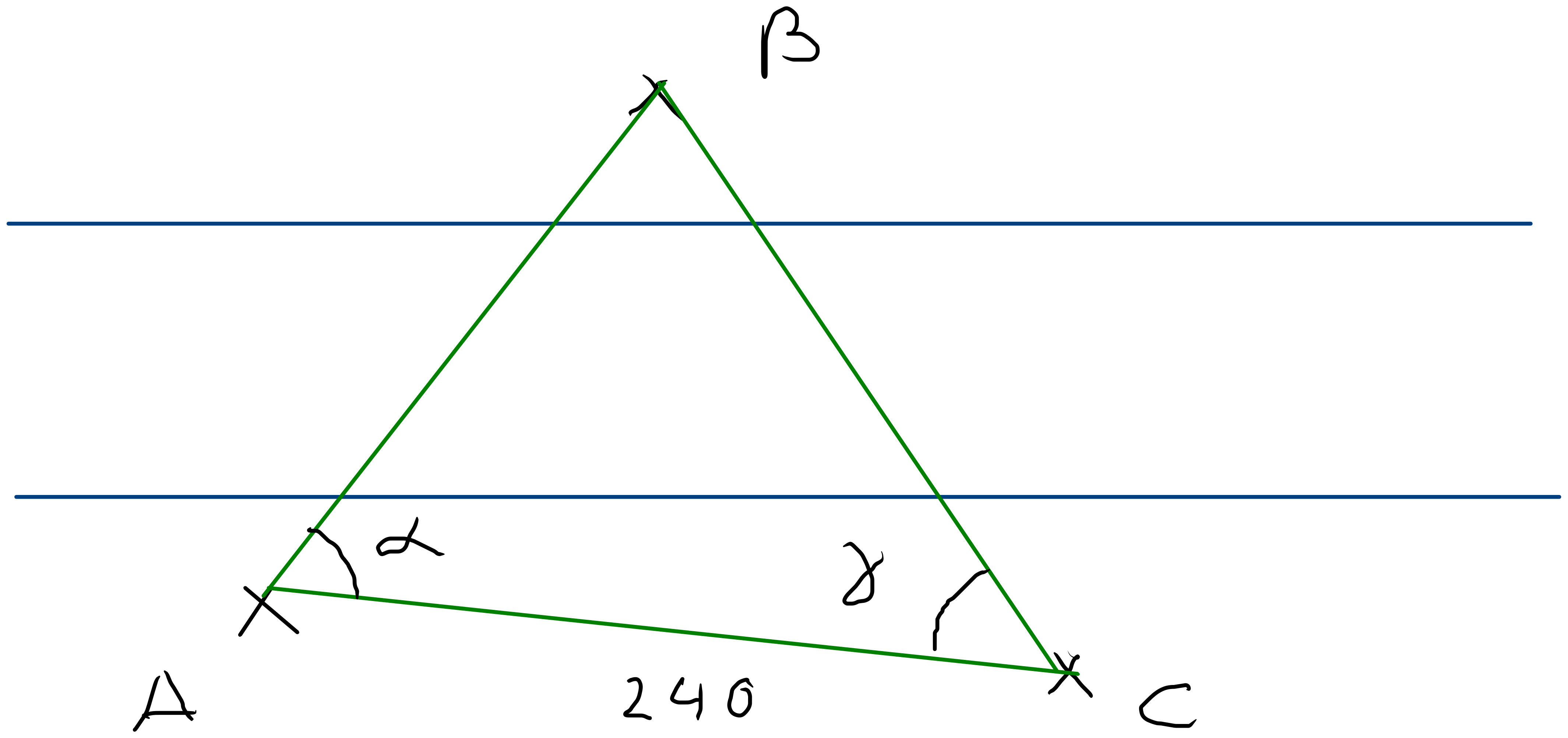
A et B distants de d mètres. On mesure les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ ainsi que l'angle d'élévation θ sous lequel on voit C depuis A. Quelle est l'altitude de C si celle de A vaut h ?

Application numérique : $d = 400$ m, $h = 1'000$ m, $\underbrace{\widehat{BAC} = 35°}_{\alpha}$, $\underbrace{\widehat{ABC} = 110°}_{\beta}$ et $\theta = 20°$.



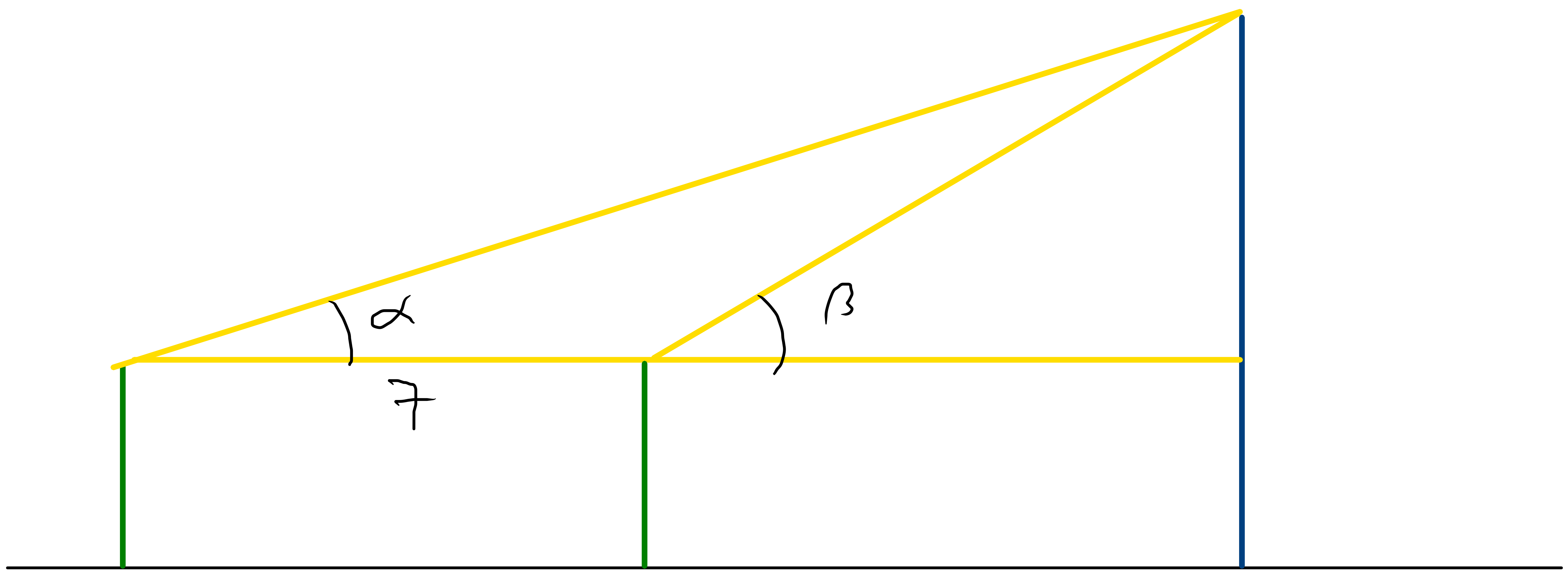


4.4.21 Pour calculer la distance séparant deux points A et B situés sur les rives opposées d'un fleuve, un géomètre choisit un point C situé sur la même rive à 240 m du point A. Il détermine alors que les angles $\angle BAC$ et $\angle ACB$ mesurent respectivement $63°24'$ et $54°6'$. Calculer la distance entre les points A et B (au cm près).

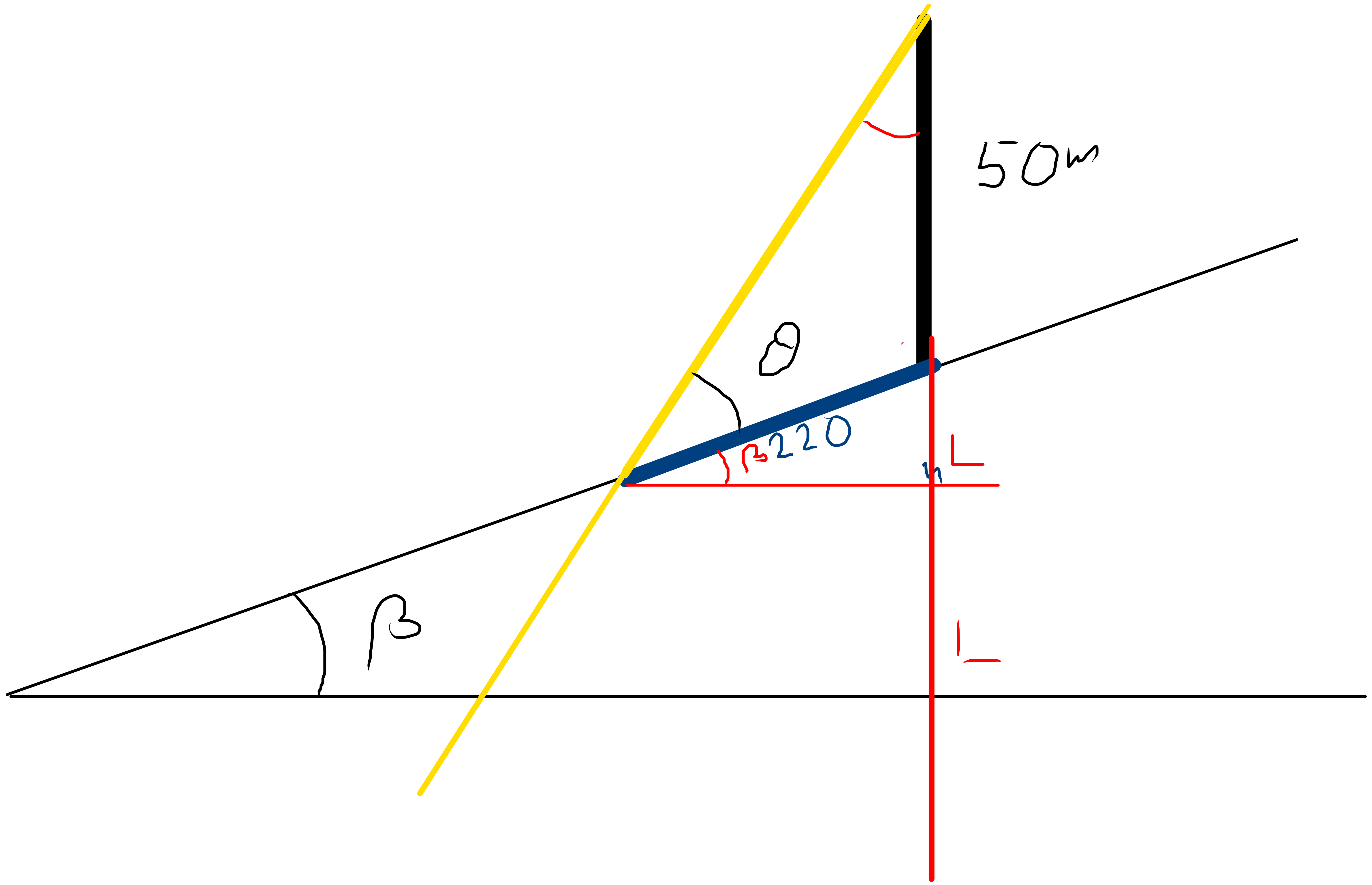


$$63°24' = 63° + \left(\frac{24}{60}\right)° = 63{,}4°$$

4.4.22 Pour un observateur, la direction de visée du sommet d'un pylône fait un angle de 53.6° avec l'horizontale ; en reculant de 7 m sur le sol horizontal dans le plan de visée, l'angle d'élévation n'est plus que 32°.
Quelle est la hauteur du pylône sachant que l'œil de l'observateur est à 1,7 m du sol ?

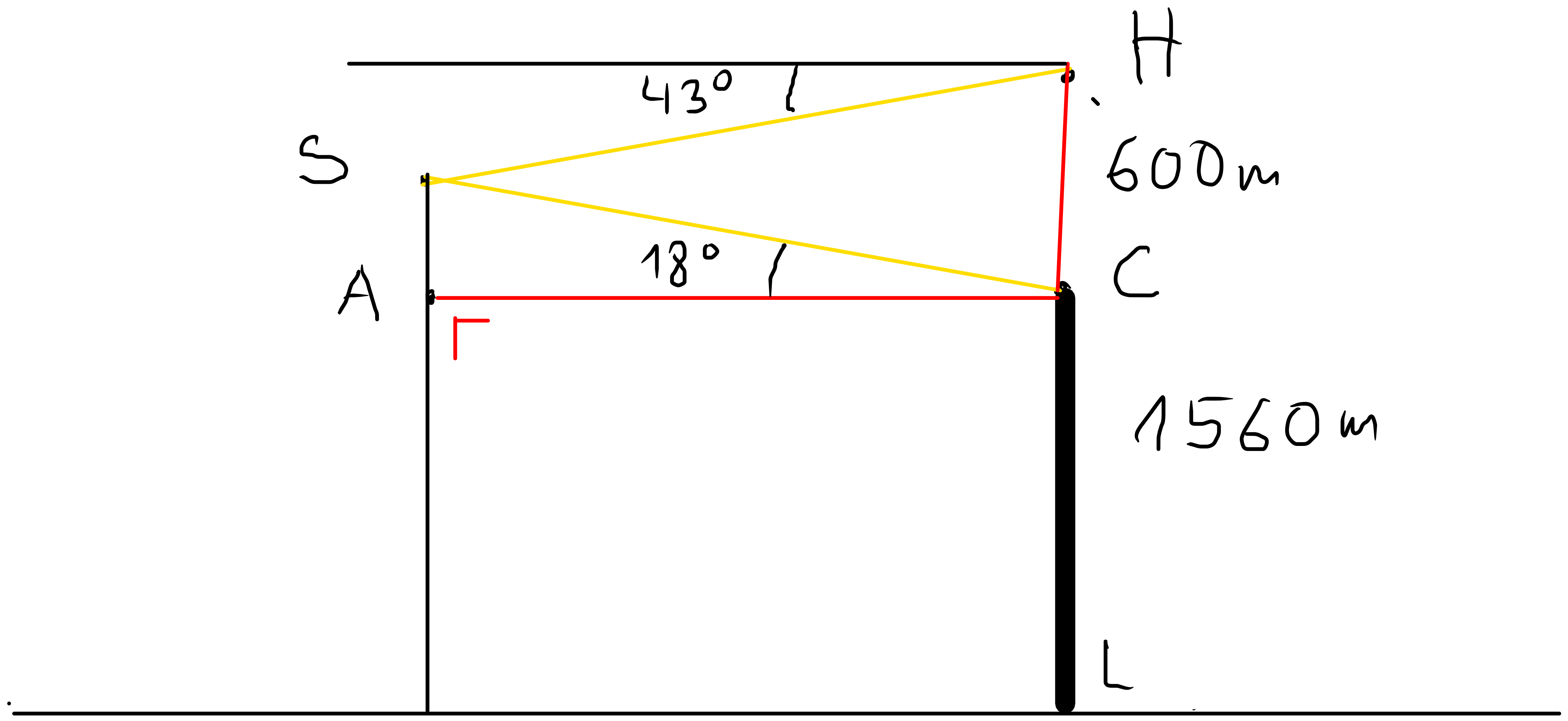


4.4.23 Une tour de 50 m de haut est située sur le flanc d'une colline. Depuis le pied de la tour, on descend de 220 m le long du flanc de la colline et on mesure l'angle vertical θ sous lequel on voit la tour, soit $\theta = 12.5°$.
Calculer l'angle d'inclinaison du flanc de la colline relativement à l'horizontale.

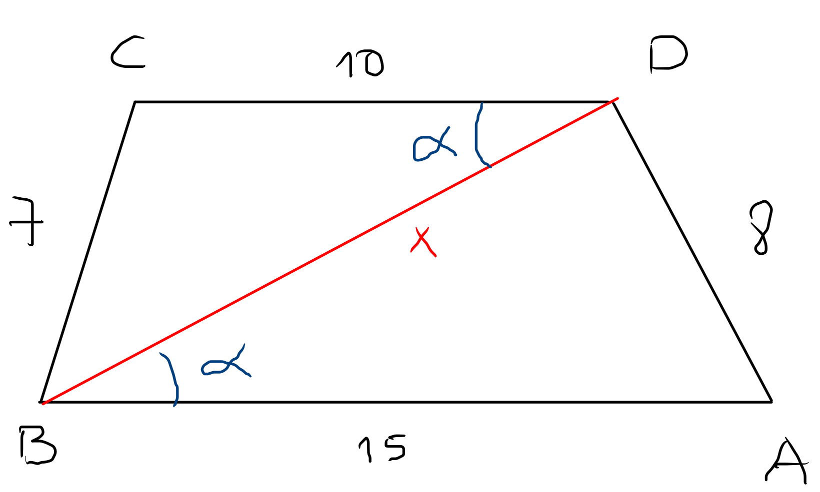


4.4.24 Un hélicoptère est en vol stationnaire 600 m au-dessus du sommet C d'une montagne qui culmine à 1'560 m d'altitude. Du sommet C et de l'hélicoptère, on peut voir le sommet S d'un deuxième pic plus élevé. Depuis l'hélicoptère, le sommet S est vu sous

un angle de dépression (angle vertical entre le rayon visuel descendant et l'horizontale) de 43° ; depuis le petit sommet C, on voit le sommet S sous un angle d'élévation (angle vertical entre le rayon visuel montant et l'horizontale) de 18°.
Calculer la distance entre les deux sommets, ainsi que l'altitude du sommet S.



4.4.15 Dans le trapèze $ABCD$, les bases sont $\overline{AD} = 15$ m, $\overline{BC} = 10$ m et les côtés non parallèles sont $\overline{AB} = 8$ m, $\overline{CD} = 7$ m. Calculer les angles et l'aire du trapèze.



$\widehat{CDB} = \widehat{DBA}$ (alternes-internes)

Posons $x = BD$

$$\begin{array}{l} \triangle CBD \\ \triangle DAB \end{array} \begin{cases} 7^2 = x^2 + 10^2 - 2\cdot x\cdot 10 \cos(\alpha) \\ 8^2 = x^2 + 15^2 - 2\cdot x\cdot 15 \cos(\alpha) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 49 = x^2 + 100 - 20x \cdot \cos(\alpha) \\ 64 = x^2 + 225 - 30x \cos(\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x \cos(\alpha) = x^2 + 51 \\ 30x \cos(\alpha) = x^2 + 161 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos(\alpha) = \dfrac{x^2+51}{20x} \\ \cos(\alpha) = \dfrac{x^2+161}{30x} \end{cases}$$

On résout : $\dfrac{x^2+51}{20x} = \dfrac{x^2+161}{30x} \quad \Big| \; x \neq 0, \; \cdot 60x$

$$3(x^2+51) = 2(x^2+161)$$

$$x^2 = 169$$

$$x = \pm 13$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 13}$$