

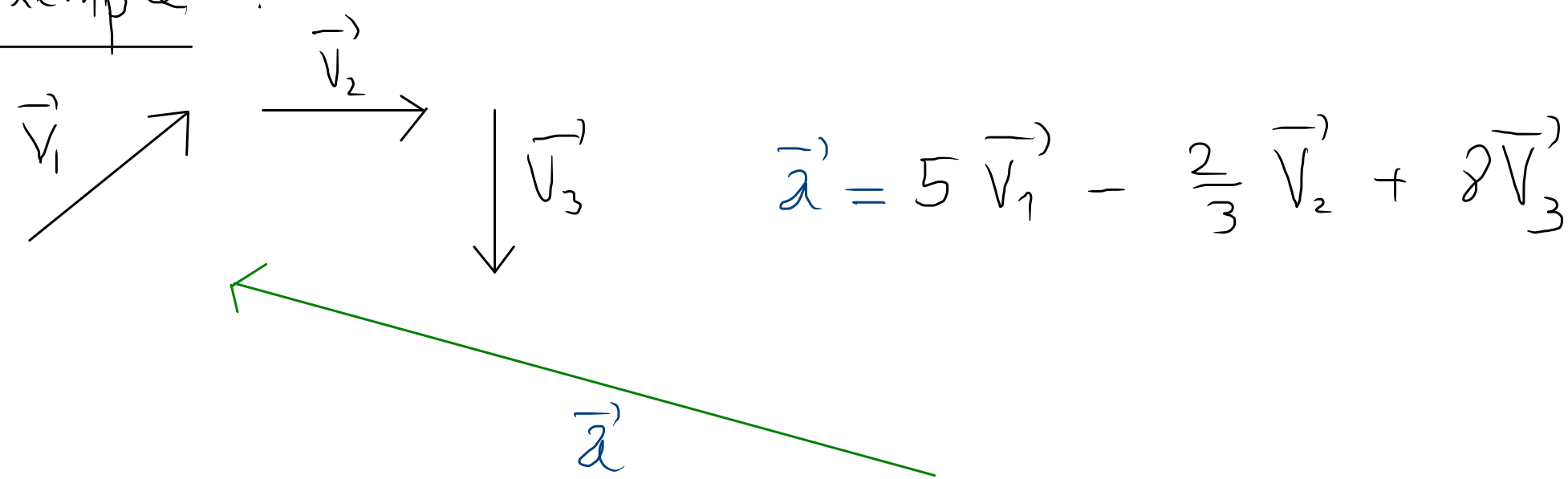
Combinaison linéaire

31.08.22

On appelle combinaison linéaire des vecteurs

$\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ de coefficients $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$
le vecteur $\lambda_1 \vec{v}_1 + \lambda_2 \vec{v}_2 + \dots + \lambda_n \vec{v}_n$

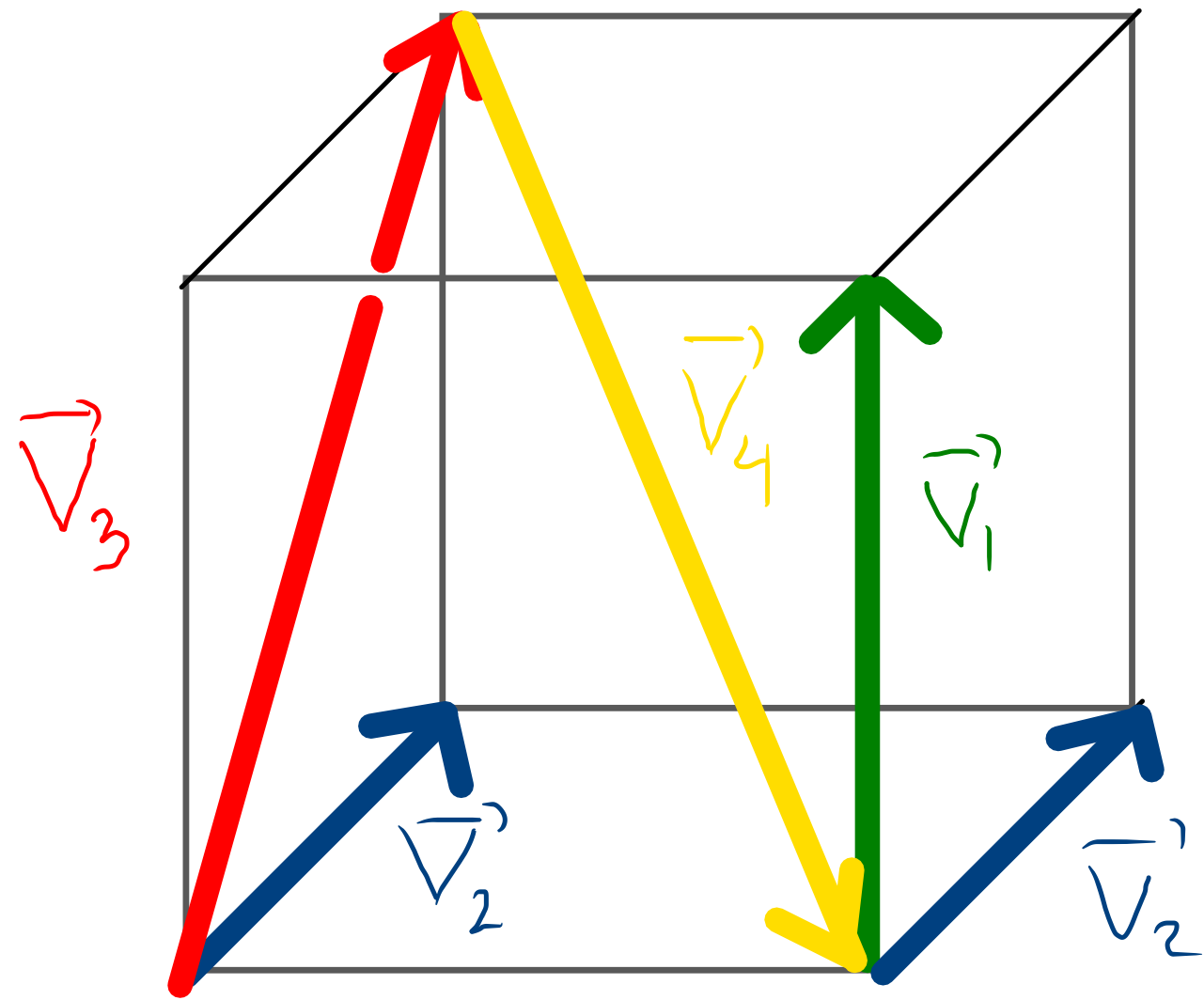
Exemple :



Si l'un des vecteurs de la famille $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ peut être obtenu comme combinaison linéaire des autres, on dit qu'ils sont linéairement dépendants.

Dans le cas contraire, on dit qu'ils sont linéairement indépendants.

Exemple



1) $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$ sont linéairement dépendants : $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{V}_3$

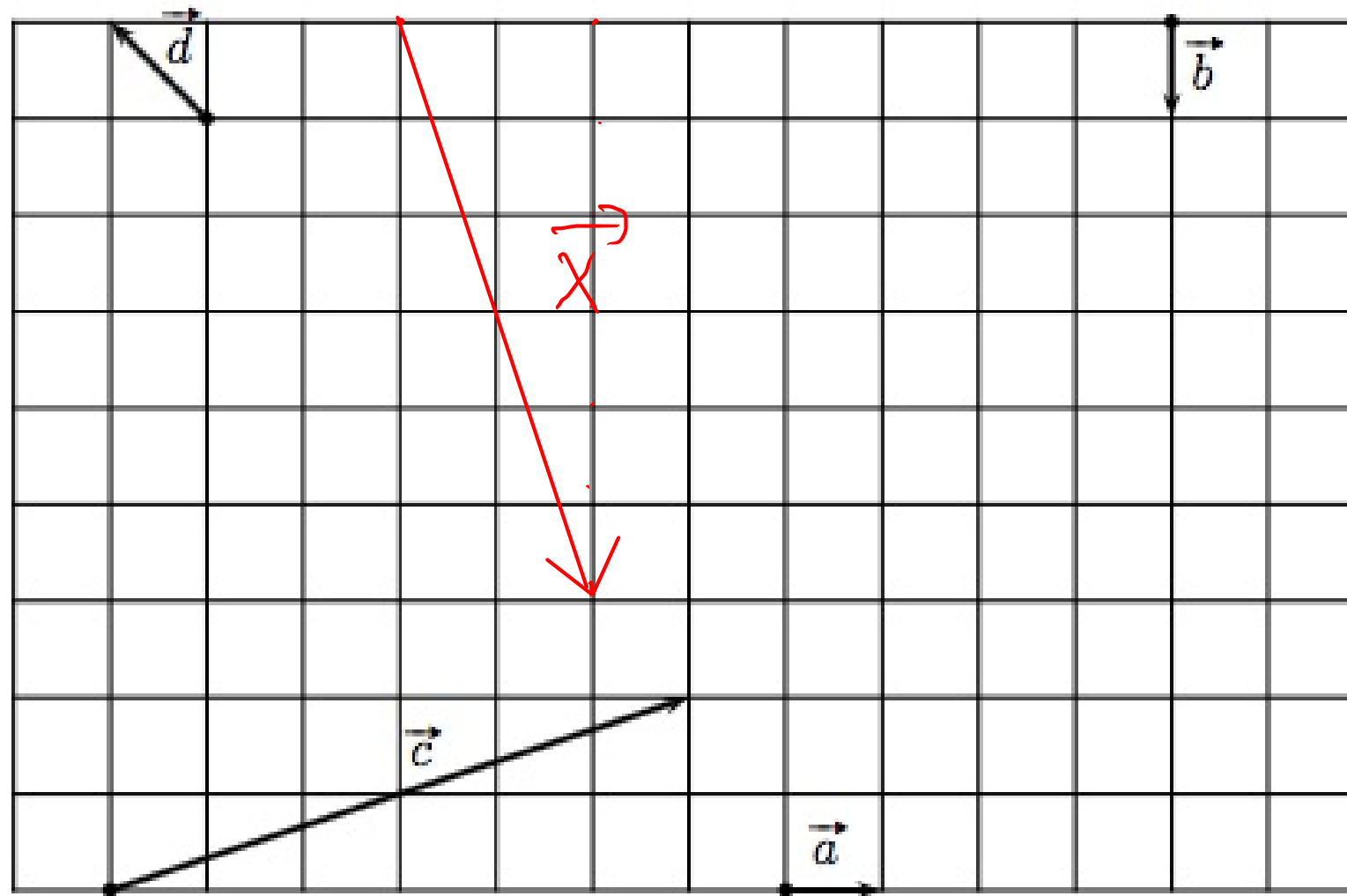
2) $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_4$ sont linéairement indépendants .

3) $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \vec{V}_4$ sont linéairement dépendants

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + 0 \cdot \vec{V}_4 = \vec{V}_3$$

1.1.11 Par rapport aux vecteurs de la figure :

- Exprimer $\vec{c}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$.
- Exprimer $\vec{d}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$.
- Exprimer $\vec{x} = -\frac{1}{2}\vec{c} - 5\vec{d}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$.



$$a) \quad \vec{c} = 6\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$b) \quad \vec{d} = -\vec{a} - \vec{b}$$

$$c) \quad \vec{x} = -\frac{1}{2}\vec{c} - 5\vec{d} = -\frac{1}{2}(6\vec{a} - 2\vec{b}) - 5(-\vec{a} - \vec{b})$$

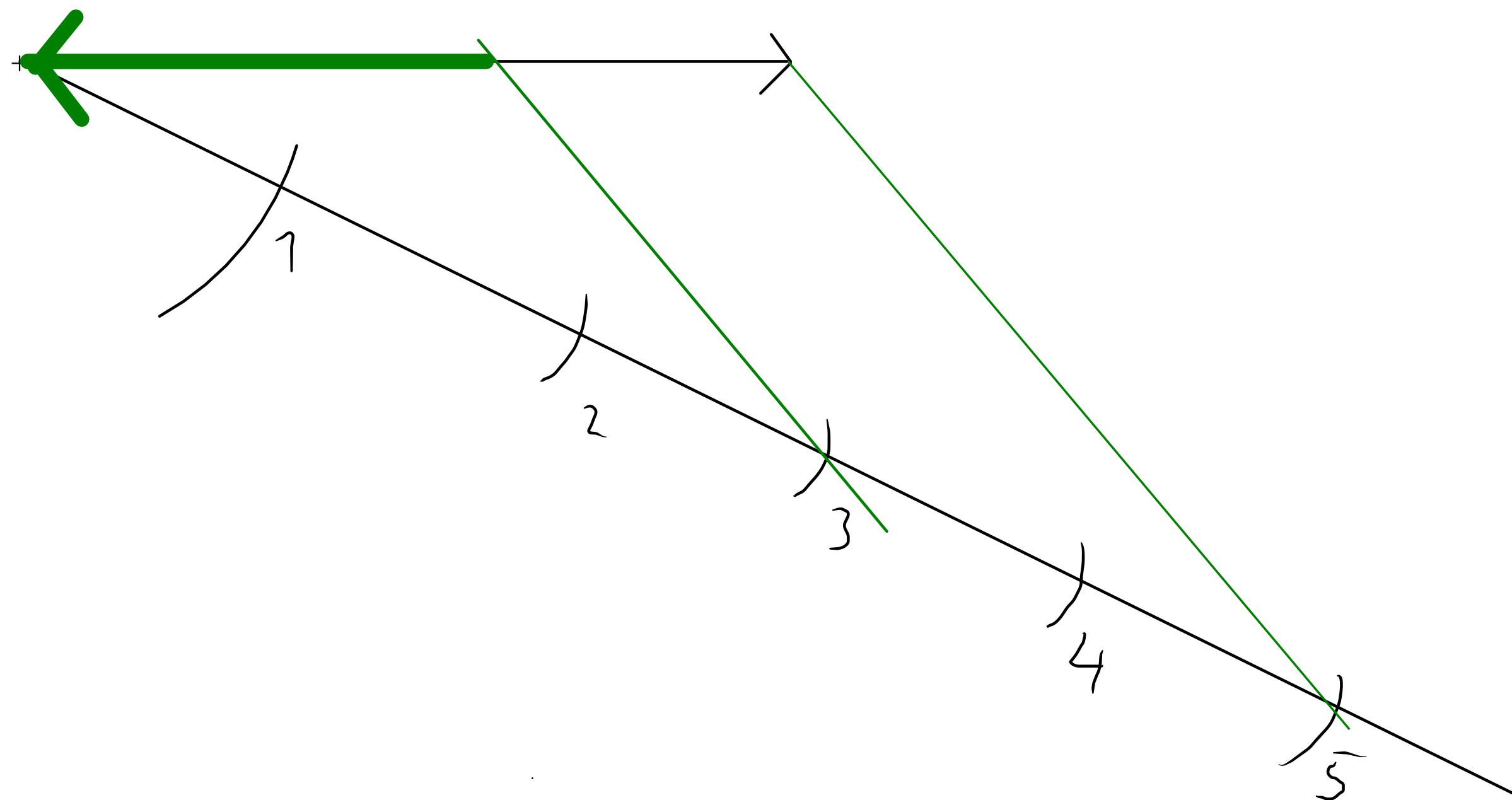
$$= -3\vec{a} + \vec{b} + 5\vec{a} + 5\vec{b}$$

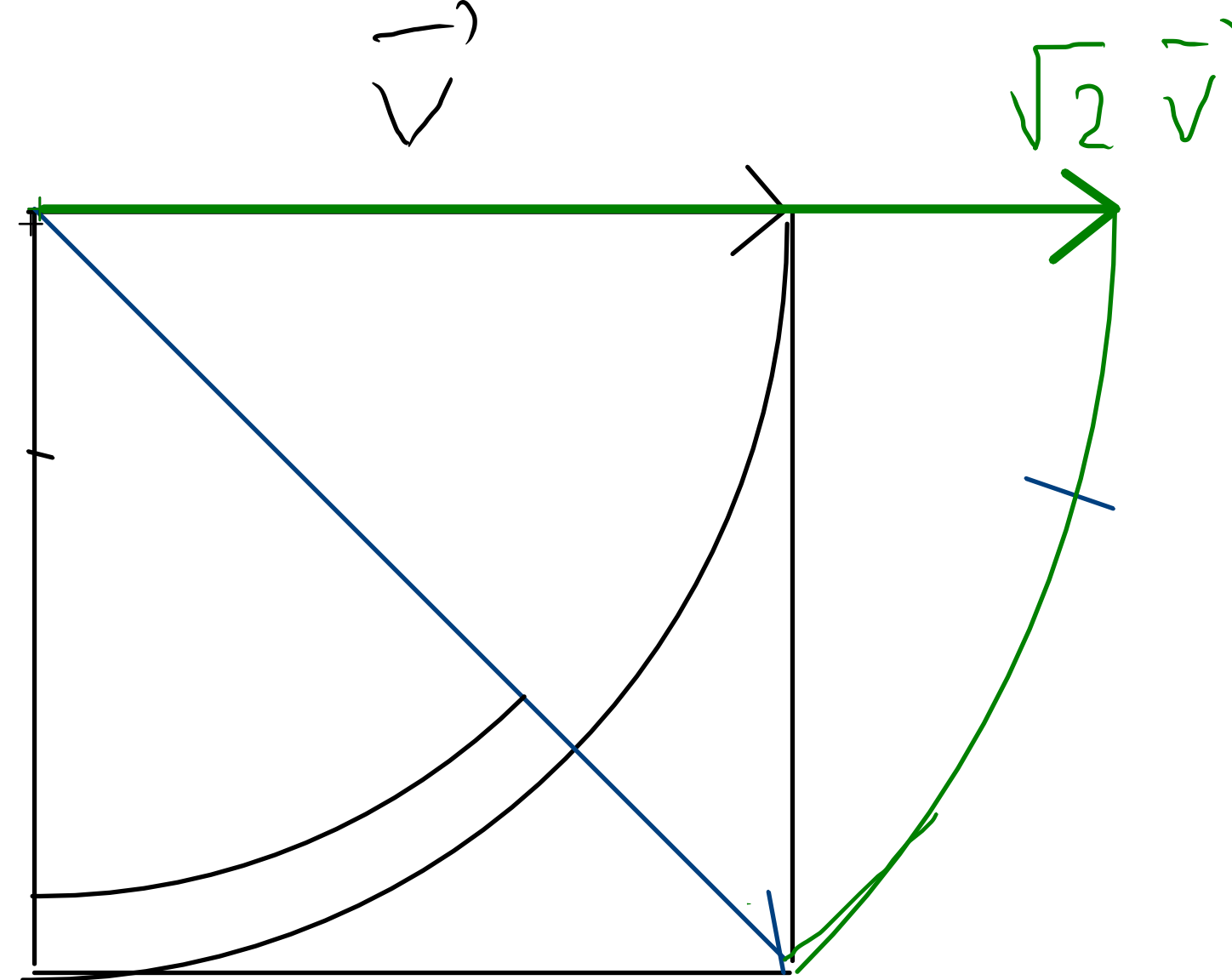
$$= 2\vec{a} + 6\vec{b}$$

1.1.12 Soit $\vec{v}$ le vecteur donné. Construire à la règle (non graduée) et au compas les vecteurs :

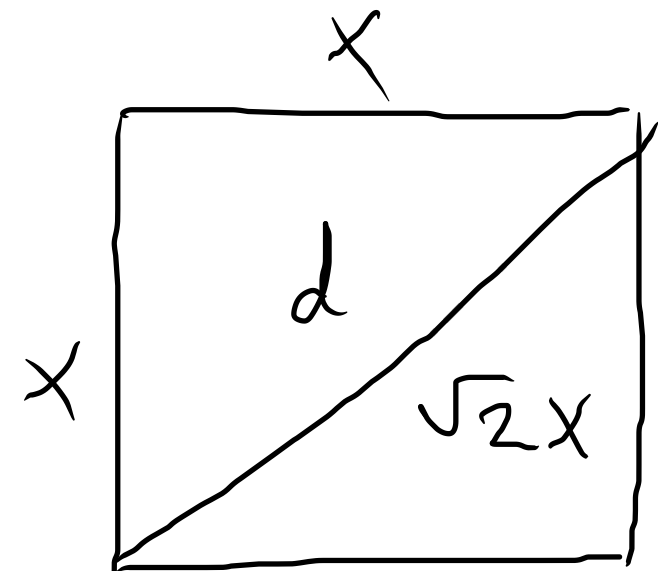
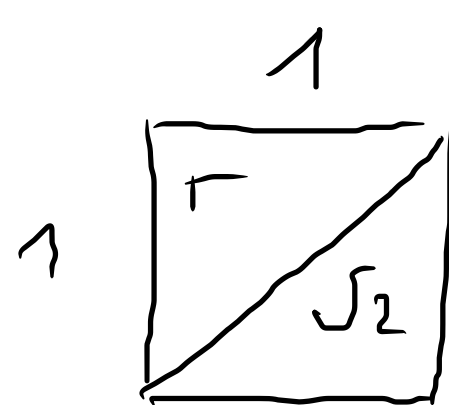
$$\vec{a} = \frac{1}{2} \vec{v} \quad \vec{b} = -3 \vec{v} \quad \vec{c} = \frac{-3}{5} \vec{v} \quad \vec{d} = \sqrt{2} \vec{v} \quad \vec{e} = \sqrt{3} \vec{v}$$

$\vec{v}$





$$\sqrt{2} \vec{v}$$



$$d = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2} \\ = \sqrt{2} x$$