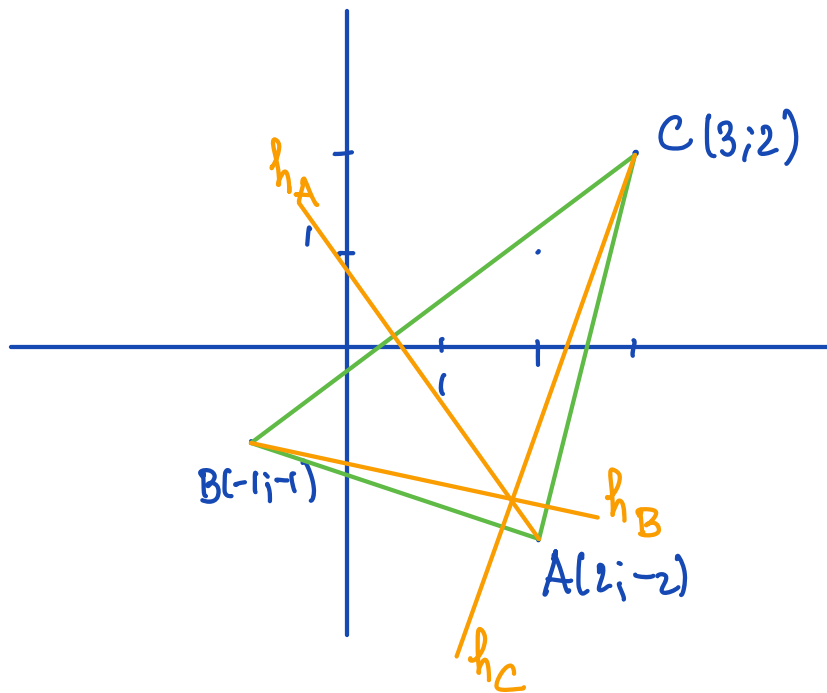


3.1.20 Déterminer les équations cartésiennes des hauteurs du triangle de sommets  $A(2;1)$ ,  $B(-1;-1)$ ,  $C(3;2)$ , ainsi que les coordonnées de son orthocentre.



$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

•  $h_A \perp BC$ :  $(h_A)$ :  $4x + 3y + C = 0$

par A:  $8 - 6 + C = 0 \Rightarrow C = -2$

$(h_A)$ :  $4x + 3y - 2 = 0$

•  $h_B \perp AC$ :  $(h_B)$ :  $x + 4y + C = 0$

par B:  $-1 - 4 + C = 0 \Rightarrow C = 5$

$(h_B)$ :  $x + 4y + 5 = 0$

•  $h_C \perp AB$ :  $(h_C)$ :  $3x - y + C = 0$

par C:  $9 - 2 + C = 0 \Rightarrow C = -7$

$(h_C)$ :  $3x - y - 7 = 0$

• Déterminons l'orthocentre :

$$\begin{array}{l} (h_B) : \\ (h_C) : \end{array} \left\{ \begin{array}{l} X + 4Y = -5 \\ 3X - Y = 7 \end{array} \right. \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} \begin{array}{c} Y \\ X \\ \end{array} \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} \begin{array}{c} \cdot 1 \\ \cdot 3 \\ \cdot (-1) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 13X = 23 \\ 13Y = -22 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} X = \frac{23}{13} \\ Y = \frac{-22}{13} \end{array} \right.$$

$$H \left( \frac{23}{13} ; \frac{-22}{13} \right)$$