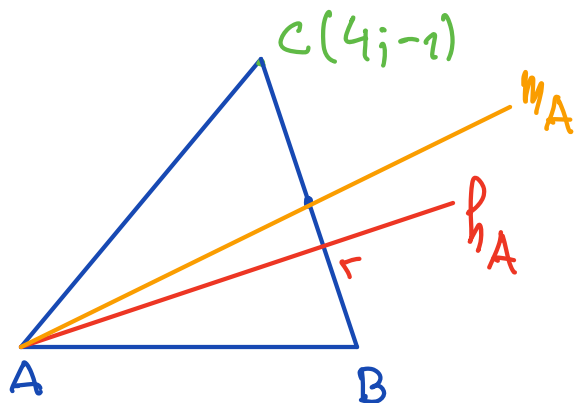


3.1.25 Déterminer les équations cartésiennes des côtés d'un triangle ABC connaissant $C(4; -1)$, ainsi que les équations d'une hauteur $h : 2x = 3y - 12$ et d'une médiane $m : 2x + 3y = 0$ issues d'un même sommet.



$$(h_A): 2x - 3y + 12 = 0$$

$$(m_A): 2x + 3y = 0$$

h et m ne passe par par C

1) Sommet A:
$$\begin{cases} 2x - 3y = -12 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases} \begin{array}{c|c} y & x \\ \hline \cdot 1 & \cdot 1 \\ \hline \cdot 1 & \cdot (-1) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -12 \\ -6y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(-3; 2)$$

2) Droite AC:

$$\frac{y - 2}{x + 3} = \frac{-1 - 2}{4 + 3} = \frac{-3}{7}$$

$$\Rightarrow -3x - 9 = 7y - 14 \Rightarrow \underline{(AC): 3x + 7y - 5 = 0}$$

3) Droite BC: $BC \perp h_A$

$$(BC): 3x + 2y + c = 0; \text{ par } C: 12 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = -10$$

$$\underline{(BC): 3x + 2y - 10 = 0}$$

4) Déterminons A' , milieu de BC :

$$(BC): \begin{cases} 3x + 2y - 10 = 0 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases} \begin{array}{c|c} y & x \\ \cdot 3 & \cdot 2 \\ \cdot (-2) & \cdot (-3) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 30 = 0 \\ -5y - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow A'(6; -4)$$

5) Déterminons le sommet $B(p; q)$

$$6 = \frac{4+p}{2} \Rightarrow p = 8$$

$$-4 = \frac{-1+q}{2} \Rightarrow q = -7$$

$$B(8; -7)$$

6) Droite AB :

$$\frac{4+7}{x-8} = \frac{2+7}{-3-8} = \frac{9}{-11}$$

$$\Rightarrow 9x - 72 = -11y - 77$$

$$\underline{(AB): 9x + 11y + 5 = 0}$$