2M1 – Mercredi 5 octobre 2022 Nom & prénom : ....

Exp Log et Fonctions – TE 782A

Problème 1 (12 points)

Résoudre les équations suivantes.

a) $\log(x-1)+\log(x-3)=\log(30)-\log(2)$

b) $\log_2(x^2+46)=2\log_2(x+3)+1$

a) $(x-1)(x-3)=15$

$x^2-4x-12=0$

$(x-6)(x+2)=0$

Vérif : $x=6$: $\log(5)+\log(3)=\log(15)$ ✓

$x=-2$: $\log(-3)$ impossible

$S=\{6\}$

b) $\log_2(x^2+46)=\log_2(x+3)^2+\log_2(2)$

$x^2+46=2(x+3)^2$

$x^2+46=2x^2+12x+18$

$x^2+12x-28=0$

$(x+14)(x-2)=0$

Vérif : $x=-14$: impossible $\log_2(-11)$

$x=2$: $\log_2(50)\overset{?}{=}\underbrace{2\log_2(5)+1}$

$=\log_2(25)+\log_2(2)$

$=\log_2(50)$ ✓

$S=\{2\}$

Problème 2 (5 points)

La longueur en cm L d'un spécimen mâle d'une certaine espèce de requins dépend de son âge selon la formule de croissance de von Bertalanffy

$$L = 90 \cdot (1 - e^{-0.541 \cdot t})$$

a) Calculer la longueur d'un requin mâle de 4 ans.

b) Quel est l'âge d'un requin mâle mesurant 85 cm?

a) $L(4) = 90 \cdot \left(1 - e^{-0{,}541 \cdot 4}\right) \cong 79{,}66$ [cm]

b) $90\left(1 - e^{-0{,}541\,t}\right) = 85$

$1 - e^{-0{,}541\,t} = \frac{85}{90}$

$1 - \frac{85}{90} = e^{-0{,}541\,t}$

$\frac{1}{18} = e^{-0{,}541\,t}$

$-0{,}541\,t = \ln\left(\frac{1}{18}\right)$

$t = \frac{\ln(1/18)}{-0{,}541}$

$t \cong 5{,}34$ [ans]

Problème ~~4~~ 3 (6 points)

Dans certaines conditions, la pression atmosphérique (en mmHg) à une certaine altitude (en m) est donnée par une fonction exponentielle.

4 a) Si la pression au niveau de la mer est de 734 mmHg et de 726,98 mmHg à 85 m d'altitude, quelle sera la pression à 750 mètres ?

2 b) A quelle altitude la pression sera de 700 mmHg ?

a) $P(a) = P_0 e^{kt}$

$P(0) = P_0 = 734$

$P(85) = 734 e^{k \cdot 85} = 726{,}98$

$$k = \frac{\ln(726{,}98/734)}{85} \cong -0{,}00011$$

$P(750) = 675{,}88$ [mmHg]

[674,33]

b) $734 e^{-0{,}00011 a} = 700$

$$a = \frac{\ln(700/734)}{-0{,}00011} \cong 431{,}110 \text{ [m]}$$

[419,502]

Problème 4 (6points)

Á 8 h ce matin, un échantillon de yogourt contenait 10000 bactéries. À la température de la pièce, le nombre de bactéries présentes dans cet échantillon quadruple toutes les 2 heures.

3 a) Déterminer la relation qui représente le nombre de bactéries B après t heures.

3 b) Si on considère que le yogourt n'est plus comestible à partir du moment où il contient 640000 bactéries et plus, après combien d'heures cela se produira-t-il?

a) $B(t) = 10'000 \cdot 4^{\frac{t}{2}}$

b) $B(t) \geq 640000$

$4^{t/2} = 64$

$\frac{t}{2} = \frac{\ln(64)}{\ln(4)} = \frac{\ln(4^3)}{\ln(4)} = 3$

$t = 6$ [h]

a) $B(t) = 10'000\, e^{kt}$

$B(2) = 40'000 \Rightarrow e^{2k} = 4$

$k = \frac{\ln(4)}{2} \simeq 0,693147$