

Géométrie analytique 1 – TE 787A

Problème	1	2	3	4	5	Total
Points	3	2	6	10	6	27
Points obtenus						

Problème 1 (3 points)

Donner une équation paramétrique de la droite d passant par les points $A(1; 3)$ et $B(6; -4)$.

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$(d): \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$$

Problème 2 (2 points)

Déterminer une équation cartésienne de la droite parallèle à la droite $(d) : 5x = -7y + 12$ passant par le point $A(-3; 1)$.

$$5x + 7y + c = 0$$

par A : $-15 + 7 + c = 0 \Rightarrow c = 8$

$$\Rightarrow \underline{5x + 7y + 8 = 0}$$

Problème 3 (6 points)

Soit deux droites f et g données par :

$$(f) : 3x - 4y - 27 = 0 \quad \text{et} \quad (g) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

a) Quelle est la pente de la droite f ?

$$m = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

b) Quelle est la pente de la droite g ?

$$m = \frac{4}{-3}$$

c) Donner une équation paramétrique vectorielle de la droite f .

$$(9; 0) \in \mathcal{L} \Rightarrow$$
$$\underline{\underline{(f): \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}}}$$

d) Donner une équation cartésienne de la droite g .

$$\begin{cases} x = 2 - 3k \\ y = 1 + 4k \end{cases} \begin{array}{l} | \cdot 4 \\ | \cdot 3 \end{array}$$
$$\Rightarrow 4x + 3y = 11 \quad \Rightarrow \underline{\underline{(g): 4x + 3y - 11 = 0}}$$

Problème 4 (10 points)

Un triangle ABC est donné par les équations cartésiennes de deux de ses cotés et par le pied de la hauteur issue de C :

$$(AC) : x - 7y - 44 = 0 \quad , \quad (BC) : 17x + 6y - 123 = 0 \quad , \quad H_C(-3; 4)$$

- a) Calculer les coordonnées des sommets du triangle ABC .
 b) Calculer l'aire du triangle ABC .

2) Sommet C:

$$\begin{cases} (AC): x - 7y = 44 \\ (BC): 17x + 6y = 123 \end{cases} \begin{array}{l} | \cdot 17 \\ | \cdot (-1) \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 7y + 44 \\ -125y = 625 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -5 \end{cases} \Rightarrow \underline{C(9; -5)}$$

Droite AB: $\overrightarrow{CH_C} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 9 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow (AB): 4x - 3y + c = 0$$

par H_C : $-12 - 12 + c = 0 \Rightarrow c = 24$

$$(AB): 4x - 3y + 24 = 0$$

Sommet A:
$$\begin{cases} (AB): 4x - 3y = -24 \\ (AC): x - 7y = 44 \end{cases} \begin{array}{l} | \cdot 1 \\ | \cdot (-4) \end{array} \begin{array}{l} | \cdot 7 \\ | \cdot (-3) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25y = -200 \\ 25x = -300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -8 \\ x = -12 \end{cases} \Rightarrow \underline{A(-12; -8)}$$

Sommet B:
$$\begin{cases} (AB): 4x - 3y = -24 \\ (BC): 17x + 6y = 123 \end{cases} \begin{array}{l} | \cdot 17 \\ | \cdot (-4) \end{array} \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -75y = -900 \\ 25x = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \underline{B(3; 12)}$$

$$b) \text{ Aire } \triangle ABC = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} \vec{AB} \\ \vec{AC} \end{vmatrix} \right|$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -12 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -12 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{ Aire } = \frac{1}{2} \left| 15 \cdot 3 - 21 \cdot 20 \right| = \frac{1}{2} \cdot 375 = \underline{187.5}$$

Problème 5 (6 points)

Considérons les points $A(1; -2)$, $B(7; -5)$ et $P(9; 4)$.

- a) Déterminer les coordonnées du point H , projection orthogonale du point P sur la droite AB .
- b) Déterminer les coordonnées du point S , symétrique du point P par rapport à la droite AB .

2) Droite AB:

$$\frac{y+2}{x-1} = \frac{-5+2}{7-1} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$(AB): x + 2y + 3 = 0$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$(P): 2x - y + c = 0$

par P : $18 - 4 + c = 0 \Rightarrow c = -14$

$(h): 2x - y - 14 = 0$

Point H:

	x	y
$2x - y - 14 = 0$	$\cdot 1$	$\cdot 2$
$x + 2y + 3 = 0$	$\cdot (-2)$	$\cdot 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -5y - 20 = 0 \\ 5x - 25 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \underline{H(5; -4)}$

b) H milieu de $PS \Rightarrow \underline{S(1; -12)}$