

$a > 0, a \neq 1$

$$\log_a(y) = x \Leftrightarrow a^x = y$$

05.10.23

4.2.5 Résoudre les équations ci-dessous :

a) $x = \log_2(32)$ b) $2^x = 100$ c) $\log_x(256) = 4$ d) $\log_2(x) = 4$

e) $10^x = 5$ f) $e^{2x-1} = 27$ g) $\log_x(1'000) = 3$ h) $12^x = -49$

a) $x = 5$

b) $x = \frac{2}{\log(10)}$ cf 04.10.23

c) $\log_x(256) = 4 \Leftrightarrow x^4 = 256 \Rightarrow x = 4 \quad x > 0, x \neq 1$

d) $\log_2(x) = 4 \Rightarrow x = 16$

e) $x = \log(5)$

f) $e^{2x-1} = 27$

$2x-1 = \ln(27)$

$x = \frac{\ln(27) + 1}{2}$

g) $x = 10$

h) $12^x > 0$ impossible

$e^{2x-1} = 27$

$\ln(e^{2x-1}) = \ln(27)$

$(2x-1) \underbrace{\ln(e)}_{1} = \ln(27)$

4.2.6 Résoudre les équations ci-dessous :

a) $\log_{11}(x+1) = \log_{11}(7)$

b) $\log_6(2x-3) = \log_6(12) - \log_6(3)$

c) $\log(x) - \log(x+1) = 3 \log(4)$

d) $2 \log_3(x) = 3 \log_3(5)$

e) $\ln(x) + \ln(x-2) = 0,5 \ln(9)$

f) $\log_8(x+4) = 1 - \log_8(x-3)$

a) $x+1 = 7$
 $x = 6$

b) $\log_6(2x-3) = \log_6(12) - \log_6(3)$
 $\log_6(2x-3) = 2\log_6(2) + \cancel{\log_6(3)} - \cancel{\log_6(3)}$
 $\log_6(2x-3) = \log_6(4)$
 $2x-3 = 4$
 $x = \frac{7}{2}$

Résoudre dans \mathbb{R}

$$1) \quad 6e^{2x} - 5e^x + 1 = 0 \quad -\ln(3), -\ln(2)$$

$$2) \quad \ln(x-3) + \ln(x+1) = \ln(x^2+5) \quad -$$

$$3) \quad \ln(3-x) + \ln(3+x) = \ln(11-3x) \quad 1/2$$

$$4) \quad \ln(6x-2) + \ln(2x-1) = \ln(x) \quad 2/3$$

$$5) \quad \ln(3x+1) + \ln(3x-2) = \ln(x^2-x+1) \quad 3/4$$

$$1) \quad 6(e^x)^2 - 5(e^x) + 1 = 0$$

Changement de variable. Posons $e^x = t$, donc $x = \ln(t)$, $t > 0$

$$6t^2 - 5t + 1 = 0$$

$$(3t - 1)(2t - 1) = 0$$

$$t = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \ln\left(\frac{1}{3}\right) = -\ln(3)$$

$$t = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$$

$$S = \{-\ln(2), -\ln(3)\}$$

$$4) \quad \ln(6x-2) + \ln(2x-1) = \ln(x) \quad (**)$$

$$\ln((6x-2)(2x-1)) = \ln(x)$$

$$\Rightarrow (*) \quad (6x-2)(2x-1) = x$$

$$12x^2 - 10x + 2 = x$$

$$12x^2 - 11x + 2 = 0$$

$$(4x-1)(3x-2) = 0$$

Les solutions de (*) : $x = \frac{1}{4}$ et $x = \frac{2}{3}$

Dans (**):

$$x = \frac{1}{4} : \quad \ln(\underbrace{1,5-2}_{<0}) + \ln(\underbrace{0,5-1}_{<0}) = \ln(0,25) \quad \text{ne convient pas !}$$

$$x = \frac{2}{3} : \quad \ln(4-2) + \ln\left(\frac{4}{3}-1\right) = \ln(2) + \ln\left(\frac{1}{3}\right) = \ln\left(2 \cdot \frac{1}{3}\right) = \ln\left(\frac{2}{3}\right) \quad \text{convient !}$$
$$S = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$