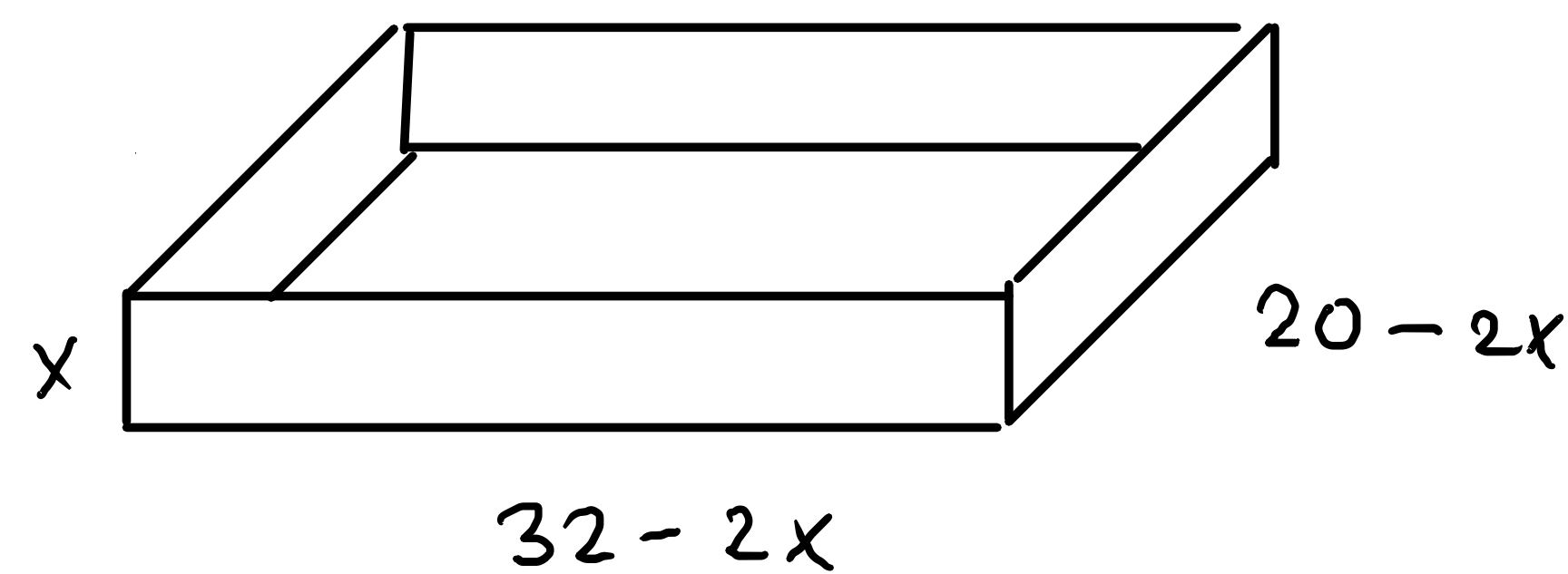
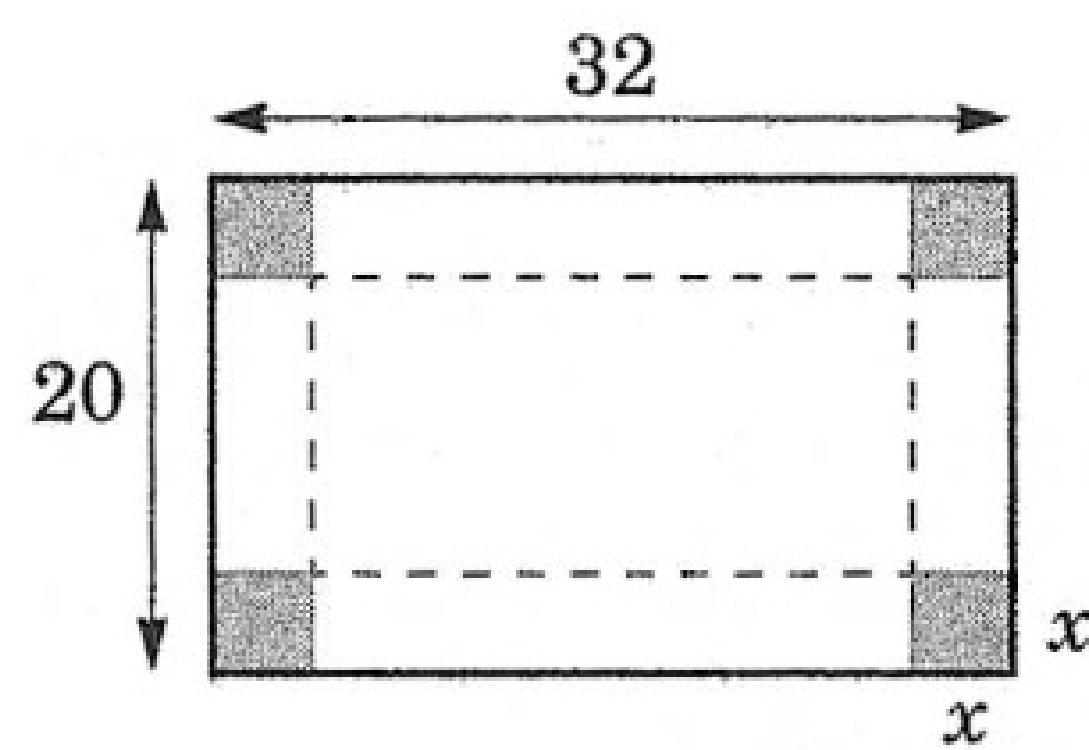


08.03.24

2.10.14 On construit une boîte rectangulaire sans couvercle en découpant quatre carrés aux coins d'une feuille de carton mesurant 32 cm sur 20 cm et en relevant ensuite les rectangles latéraux. Quelle doit être la dimension du carré enlevé pour obtenir la boîte de volume maximal ?



Le volume est donné par la fonction

$$V:]0; 10[\longrightarrow \mathbb{R}_+^*$$

$$x \longmapsto x(20 - 2x)(32 - 2x)$$

Pour déterminer son maximum, on la dérive.

$$V(x) = 4x \underbrace{(10 - x)(16 - x)}_{160 - 26x + x^2} = 4(x^3 - 26x^2 + 160x)$$

$$\frac{d}{dx} V(x) = V'(x) = 4(3x^2 - 52x + 160), \quad \Delta = 28^2$$

zéros de $V'(x)$: $x = \frac{52 \pm 28}{6} < \frac{40}{3} > 10$ ne convient pas!

x	0	4	10
$V'(x)$	/	+ 0 -	/
$V(x)$	/	max	/

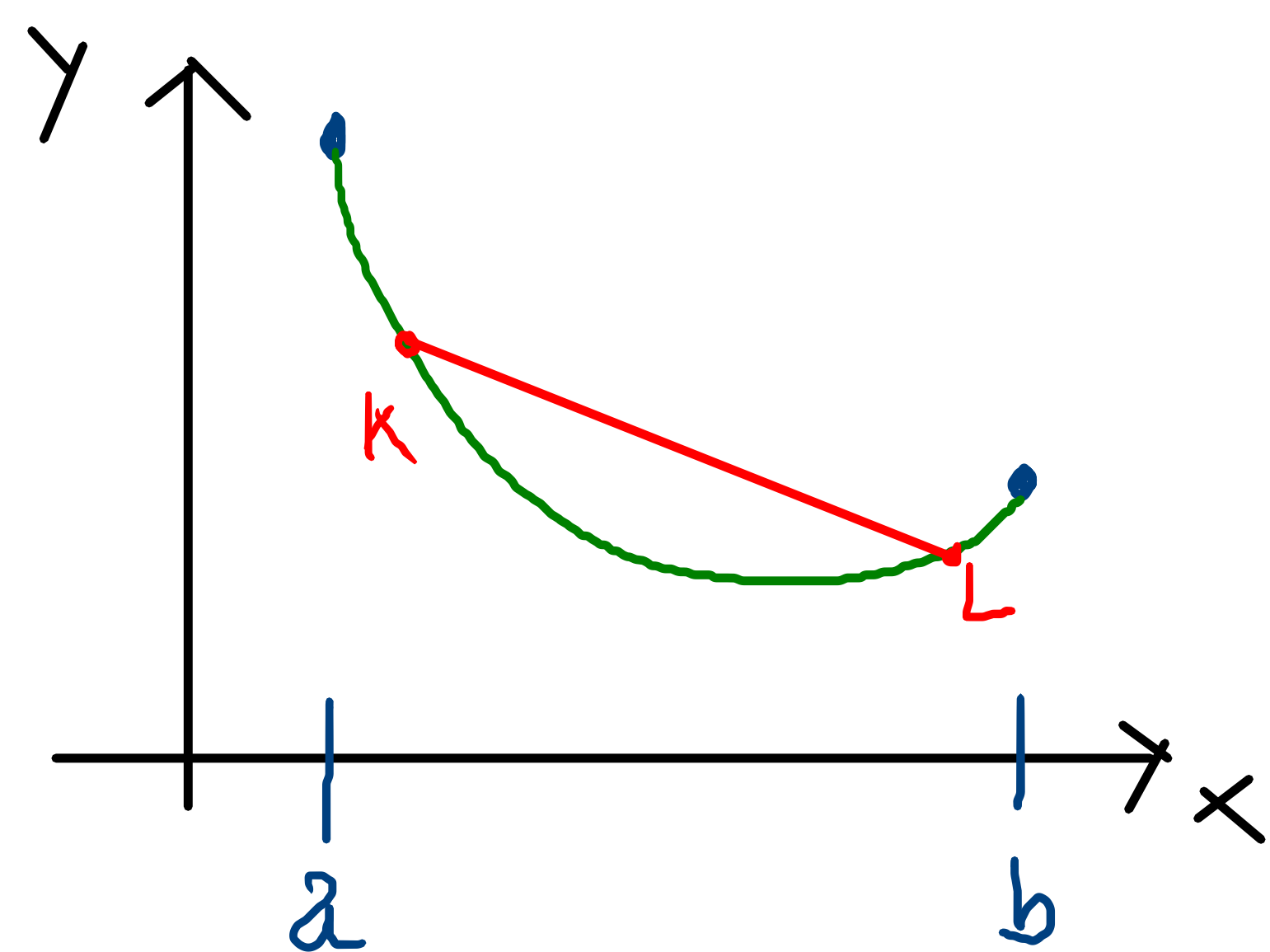
$$\max (4; 1152)$$

$$V(4) = 4 \cdot 12 \cdot 24 = 1152 \text{ [cm}^3\text{]}$$

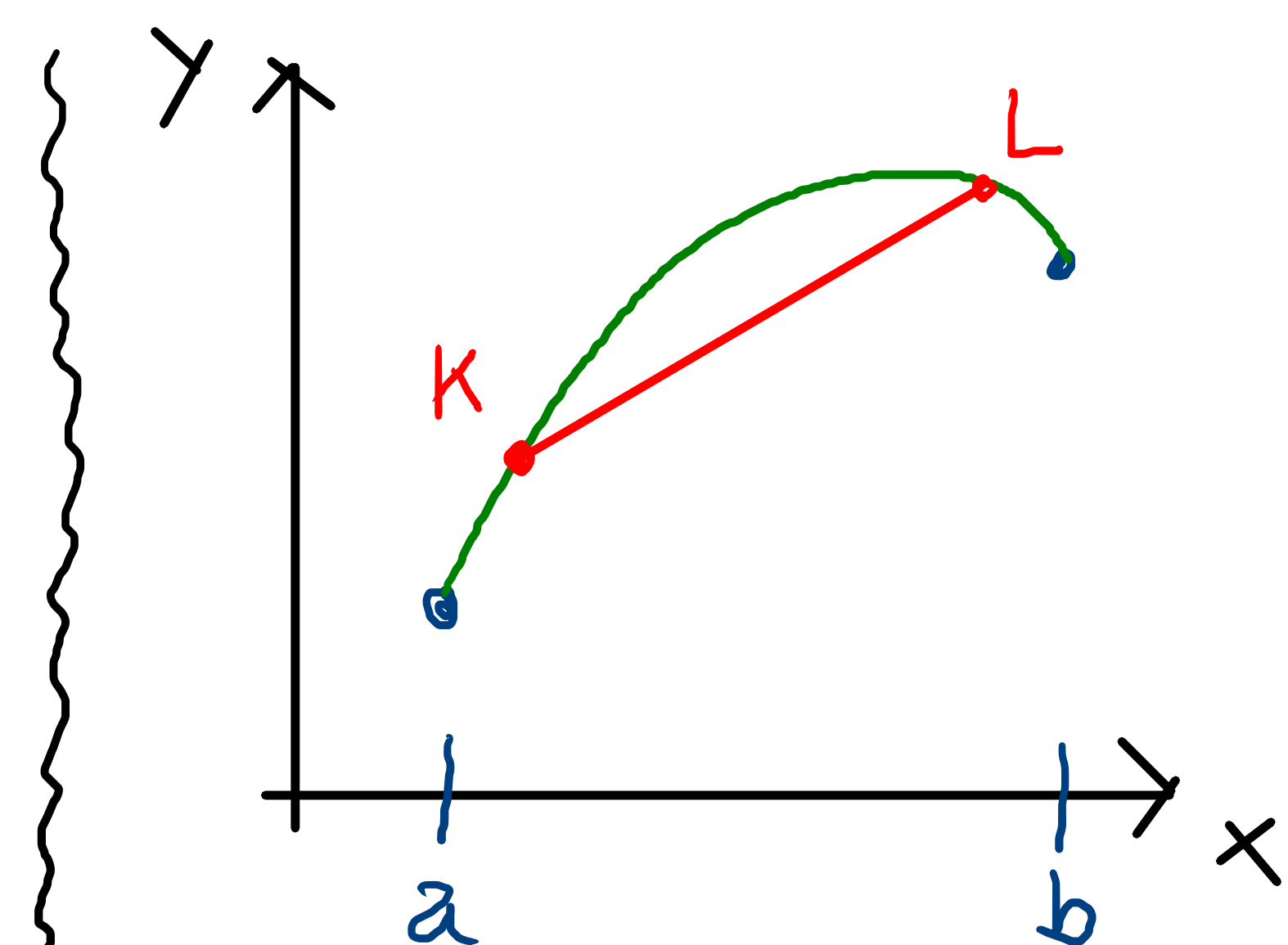
Le volume est max lorsque $x = 4 \text{ [cm]}$

Courbure

Soit une fonction f définie sur $[a, b]$ et $y = f(x)$ son graphe

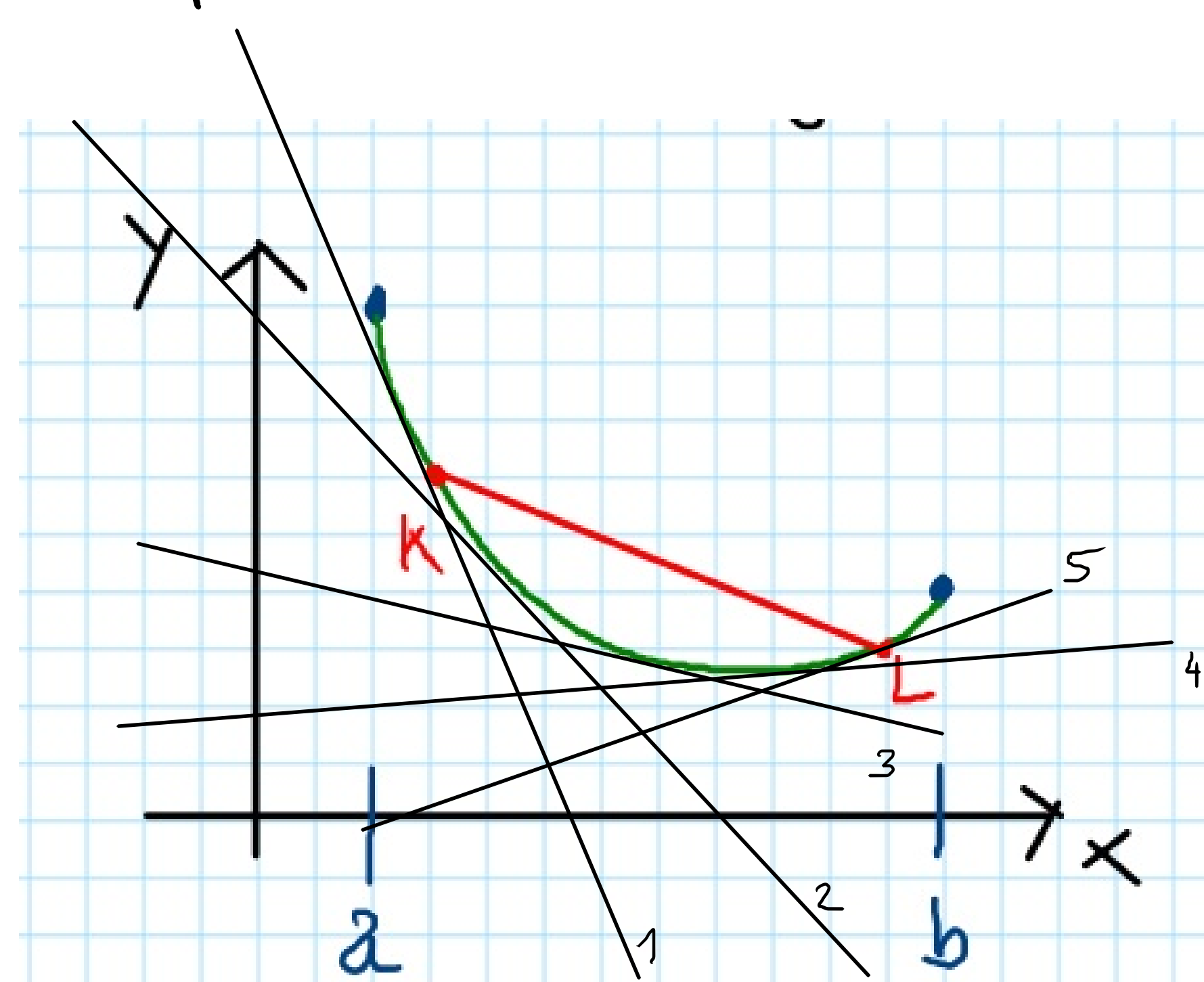


Si $\forall K, L$ sur la courbe,
le segment KL est au-dessus
de la courbe, on dit que
le graphe est convexe

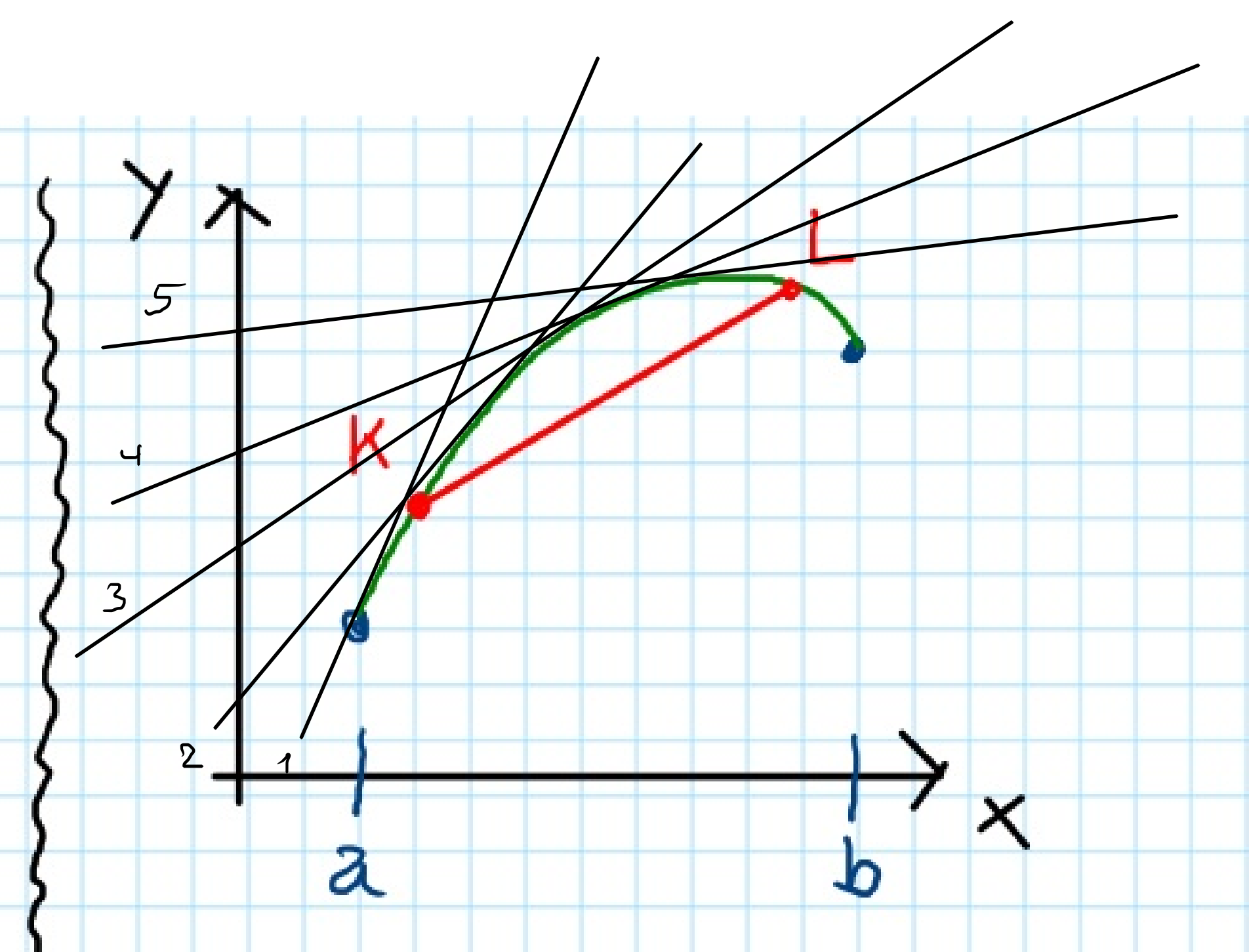


Si $\forall K, L$ sur la courbe,
le segment KL est au-dessous
de la courbe, on dit que le
graphe est concave

Que peut-on dire de sa dérivée seconde ?

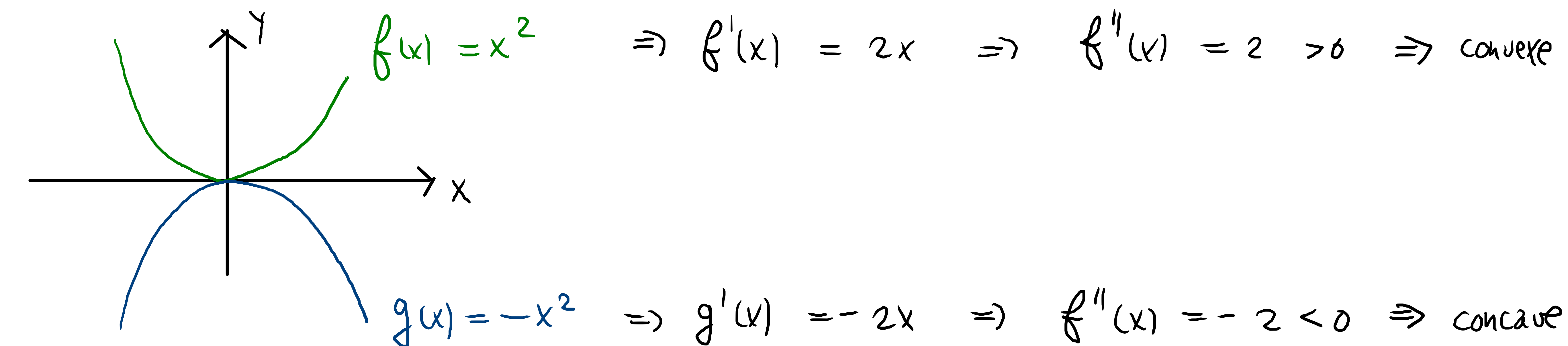


$f'(x)$ croissante
 $\Downarrow$
 $f''(x) > 0$



$f'(x)$ décroissante
 $\Downarrow$
 $f''(x) < 0$

Exemple



2.10.7 Étudier la courbure des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 3x^2 + 8x + 10$

b) $f(x) = x^3 + 3x + 8$

b) $ED(f) = \mathbb{R}$

$$f'(x) = 3x^2 + 3$$

$$f''(x) = 6x$$

Tableau de la courbe

x	0
$f''(x)$	— 0 +
$f(x)$	P1 concave convexe

Lorsque la courbe change de courbure, on a un point d'inflexion (P1)

