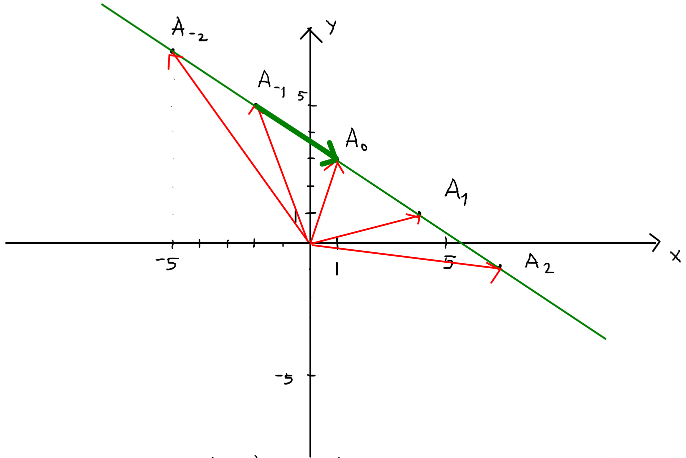
21.03.24

3.1 La droite dans le plan

3.1.1 On donne une droite d par l'équation paramétrique

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

avec $k \in \mathbb{R}$. Représenter les points de d correspondant aux valeurs entières du paramètre k variant entre -2 et 2.



$A_{-1}\ (-2\,,\ 5)$

$A_0\ (1;\ 3)$

$A_1\ (4;\ 1)$

$A_2\ (7;\ -1)$

$$K = -2 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + (-2)\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \end{pmatrix} \Rightarrow A_{-2}\ (-5\,;7)$$

On a ici

$$\vec{OA} = \vec{OP} + K\vec{d}$$

$$(d) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}}_{\text{point de la droite}} + \underbrace{K}_{\text{paramètre}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}}_{\text{vecteur directeur}} \quad \text{ou} \quad (d) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + K \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

De là, on peut écrire un système d'équations paramétriques :

$$(d) : \begin{cases} x = 1 + 3K \\ y = 3 - 2K \end{cases} \left|\begin{array}{l} K \\ \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{array}\right. \quad \text{ou} \quad (d) : \begin{cases} x = -2 - 6K \\ y = 5 + 4K \end{cases} \left|\begin{array}{l} K \\ \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{array}\right.$$

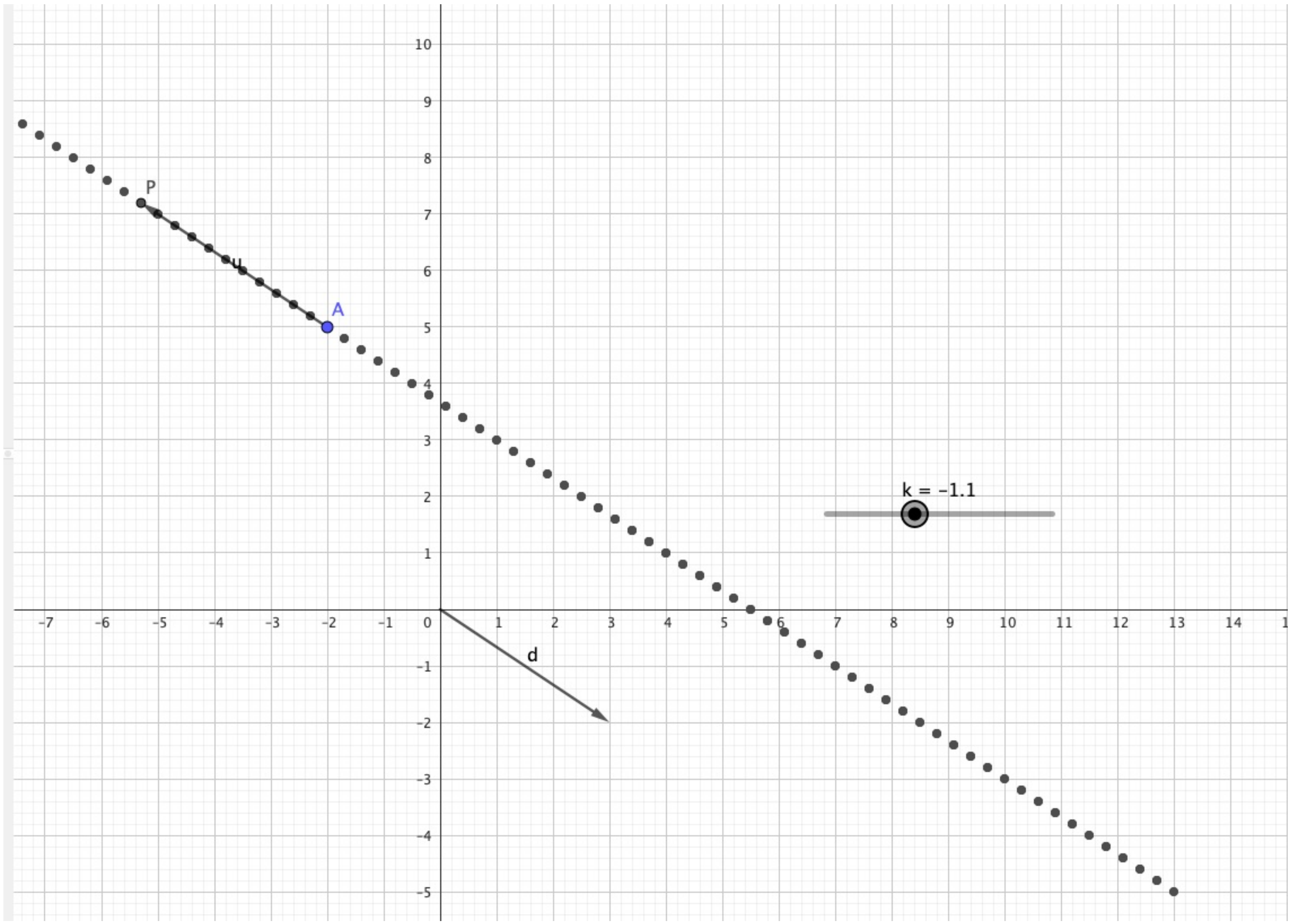
$(d) : 2x + 3y = 11$ $\qquad$ $(d) : 2x + 3y = 11$

$(d) : 2x + 3y - 11 = 0$ une équation cartésienne de d

Quelle est la pente de d ? $\quad m = -\frac{2}{3}$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow m = \frac{-2}{3}$$

- $A = (-2, 5)$
- $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $k = -1.1$
- $P = (-5.3, 7.2)$
- $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -3.3 \\ 2.2 \end{pmatrix}$



3.1.3 On donne la droite d'équation paramétrique

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

avec $k \in \mathbb{R}$. Calculer les coordonnées du point de cette droite :

a) situé sur Ox, $\Rightarrow y = 0$

b) situé sur Oy, $\Rightarrow x = 0$, on trouve l'ordonnée à l'origine

c) qui a une abscisse égale à 7, $\Rightarrow x = 7$

d) qui a une ordonnée égale à -2, $\Rightarrow y = -2$

e) dont les deux coordonnées sont égales, $x = y$

f) situé sur la droite $\begin{cases} x &= 1 + l \\ y &= -5 - 8l \end{cases}$, avec $l \in \mathbb{R}$.

f) $\begin{cases} 2 - k = 1 + l \\ 5 + 2k = -5 - 8l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -k - l = -1 \\ 2k + 8l = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k + l = 1 \\ k + 4l = -5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ l = -2 \end{cases}$

$k = 3$: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$

$l = -2$: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} + (-2) \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$

$I(-1; 11)$ est le point d'intersection des deux droites.

3.1.4 Trouver une équation paramétrique de la droite donnée par :

a) $A(3;5)$ et un vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$,

b) $A(-3;-2)$ et $B(4;-5)$,

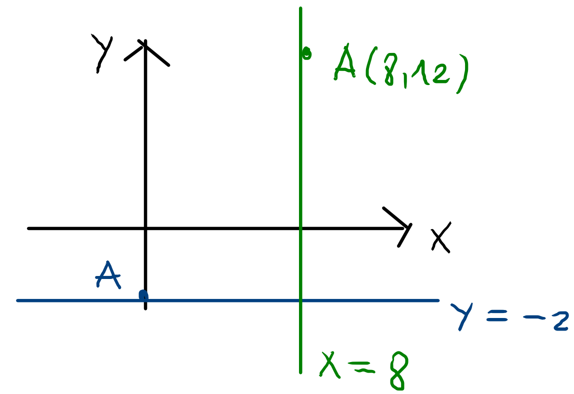
c) $A(2;-4)$, de pente $-\frac{3}{4}$,

d) $A(5;2)$, parallèle au segment BC, où $B(1;1)$ et $C(-3;2)$,

e) $A(-7;10)$, perpendiculaire au vecteur $\vec{v} = \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \end{pmatrix}$,

f) $A(0;-2)$, horizontale, $y = -2$

g) $A(8;12)$, verticale. $x = 8$



a) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\vec{d} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x = 4 + 7k \\ y = -5 - 3k \end{cases}$ $\quad k \in \mathbb{R}$ $\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad m \in \mathbb{R}$

e) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \end{pmatrix} \perp \vec{d} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x = -7 + 5t \\ y = 10 + 8t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$

3.1.5 Les points ci-dessous appartiennent-ils à la droite d'équation cartésienne $3x - 8y + 2 = 0$?

$$\left(0; \frac{1}{4}\right), \left(-\frac{2}{3}; 0\right), (5; -1), (2; 1)$$

x y

$(d) : 3x - 8y + 2 = 0$

Les solutions de cette équation sont les coordonnées des points de la droite d