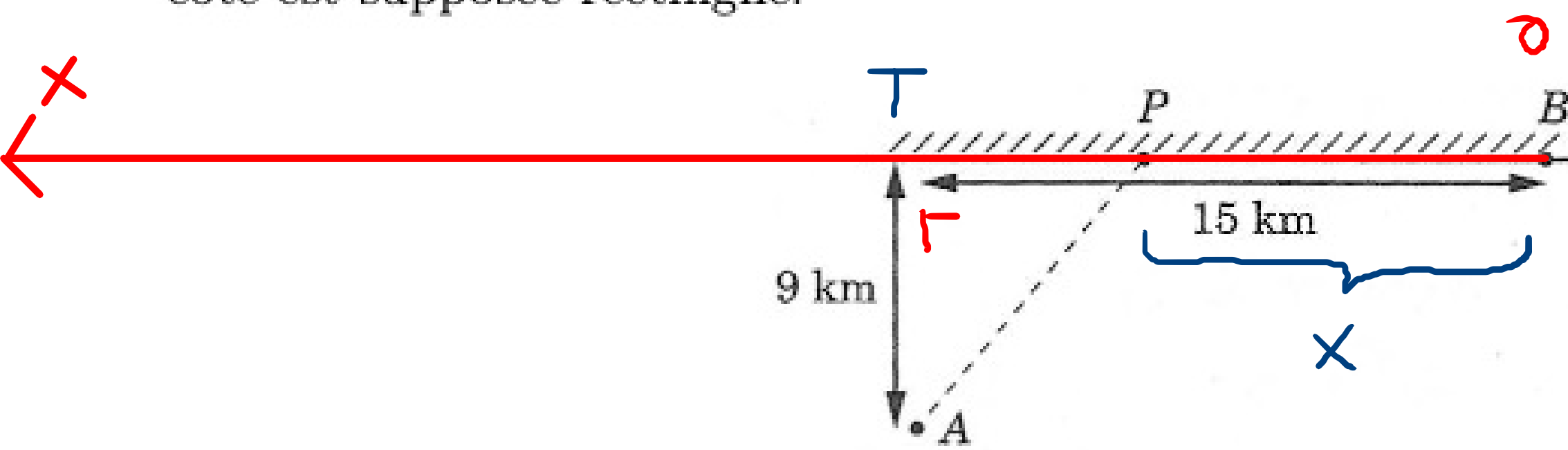


22.03.24

2.10.23 Le gardien d'un phare (point A) doit rejoindre le plus rapidement possible la maison côtière (point B). Il se déplace en canot à la vitesse de 4 km/h et à pied à la vitesse de 5 km/h. Où doit-il accoster (point P) pour que le temps de parcours soit minimal? La côte est supposée rectiligne.



$$d = v t \Leftrightarrow t = \frac{d}{v} \left[\frac{\frac{\text{km}}{\frac{\text{km}}{\text{h}}}}{\right] \\ \parallel \\ [\text{h}]$$

Posons $PB = x$

La position de P se situe entre B et T .

Donc $0 \leq x \leq 15$.

Temps de parcours : $\frac{AP}{4} + \frac{PB}{5}$

$$AP = \sqrt{9^2 + (15 - x)^2} = \sqrt{81 + 225 - 30x + x^2} = \sqrt{x^2 - 30x + 306}$$

La fonction qui donne le temps en fonction de x :

$$t(x) = \frac{1}{4} \sqrt{x^2 - 30x + 306} + \frac{1}{5} x, \quad 0 \leq x \leq 15$$

$$t'(x) = \frac{1}{4} \frac{2x - 30}{2\sqrt{x^2 - 30x + 306}} + \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \frac{x - 15}{\sqrt{x^2 - 30x + 306}} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{20} \left[\frac{5(x - 15) + 4\sqrt{x^2 - 30x + 306}}{\sqrt{x^2 - 30x + 306}} \right]$$

$$= \frac{1}{20} \frac{5x - 75 + 4\sqrt{x^2 - 30x + 306}}{\sqrt{x^2 - 30x + 306}}$$

Calculons les zéros de la dérivée. Ses zéros sont ceux de son numérateur.

$$5x - 75 + 4\sqrt{x^2 - 30x + 306} = 0$$

$$4\sqrt{x^2 - 30x + 306} = -5x + 75$$

$()^2$



$$-5x + 75 \geq 0$$

$$5x \leq 75$$

$$x \leq 15$$

$$16(x^2 - 30x + 306) = 25x^2 - 750x + 5625$$

$$16x^2 - 480x + 4896 = 25x^2 - 750x + 5625$$

$$9x^2 - 270x + 729 = 0$$

$\div 9$

$$x^2 - 30x + 81 = 0$$

$$(x - 27)(x - 3) = 0$$

$\downarrow$

$$x = 27$$

$\downarrow$

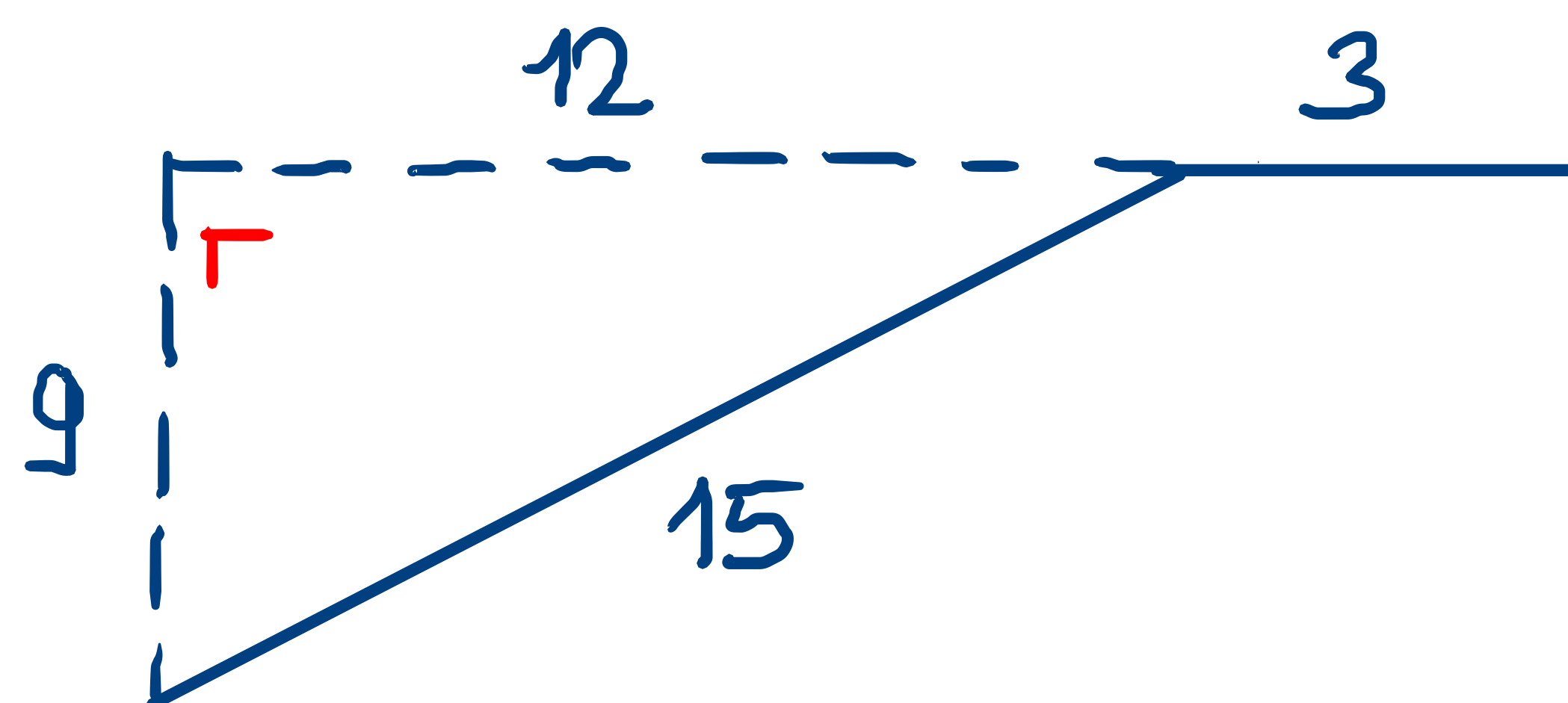
$$x = 3$$

$\bar{a}$ exclude

Tableau des variations

x	0	3	15
$t'(x)$	/	- 0 +	/
$t(x)$	max	min	max

Le minimum est atteint
lorsque $x = 3$



$$\text{temps: } \frac{15}{4} + \frac{3}{5} = \frac{75+12}{20} = \frac{87}{20} [h] = 4h \frac{7}{20} \text{ min} \\ = 4h 21 \text{ min}$$