

# Suite convergente

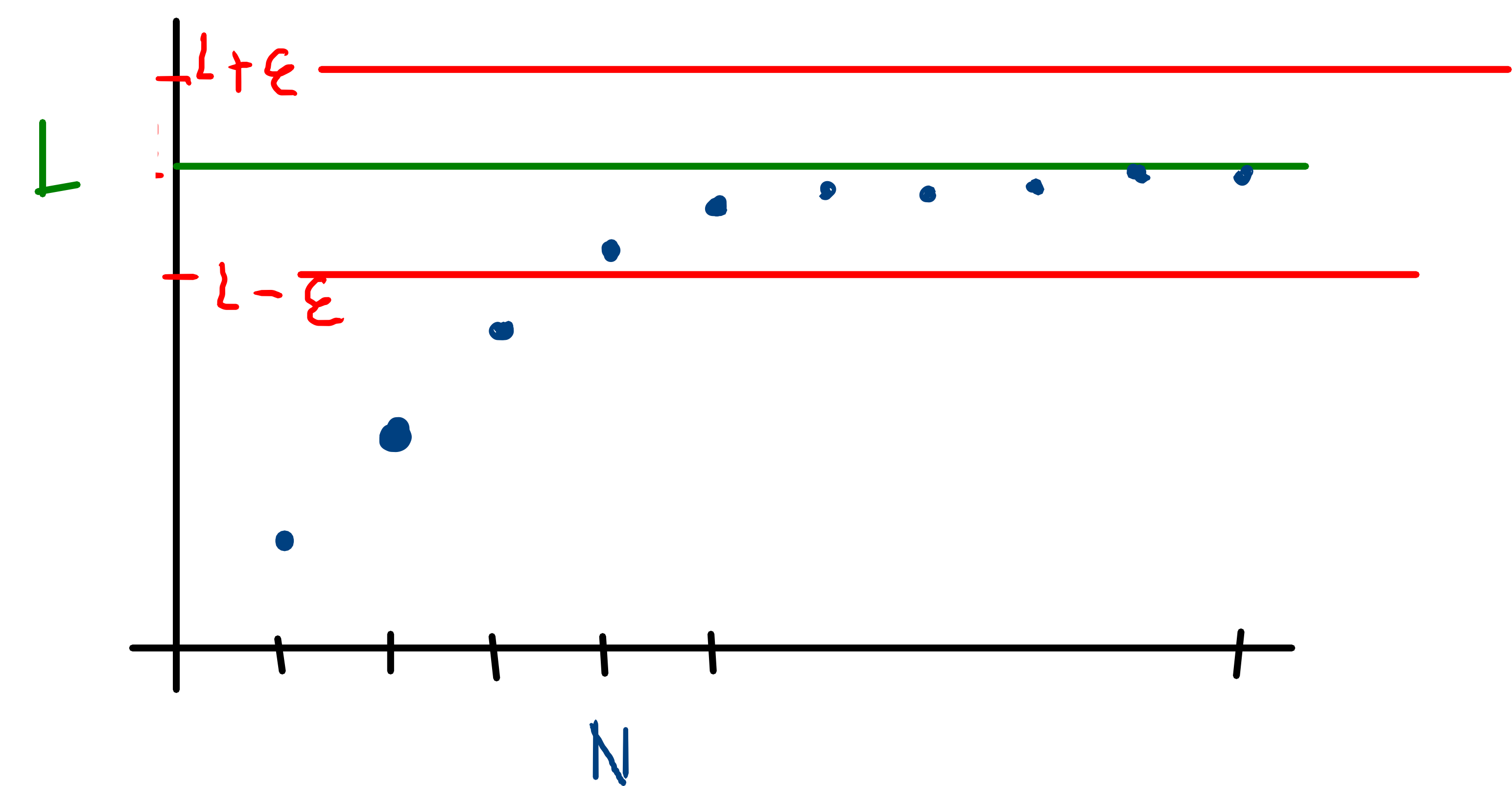
Une suite  $(a_n)$  est convergente vers un nombre  $L$ , si quel que soit  $\varepsilon > 0$ , il existe  $N \in \mathbb{N}$  tel que si  $n > N$ , alors

$$|L - a_n| < \varepsilon$$

L'entier  $N$  dépend de  $\varepsilon$ .

Pour exprimer que la suite  $(a_n)$  converge vers une limite  $L$ , on note

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$$



Exemple Soit la suite  $a_n = \frac{1}{n}$ ,  $n \geq 1$

Cette suite converge vers  $L = 0$

Soit  $\varepsilon = 0,05$ , Trouvons  $N = N(\varepsilon)$  tel que

$$\left| 0 - \frac{1}{n} \right| < 0,05$$

En fait, on a  $\frac{1}{n} < 0,05$

$$\frac{1}{n} < \frac{1}{20} \quad | \cdot 20n$$

$$20 < n \quad \Rightarrow \quad n > 20$$

Posons  $N = 20$ . Vérifions que  $N = 20$  satisfait la condition :

$$n = 21 \quad \frac{1}{21} < \frac{1}{20} = 0,05$$

$$n > 20 \quad \frac{1}{n} < \frac{1}{20} = 0,05 \quad \Rightarrow \quad \left| 0 - \frac{1}{n} \right| < 0,05 \quad \forall n > 20$$