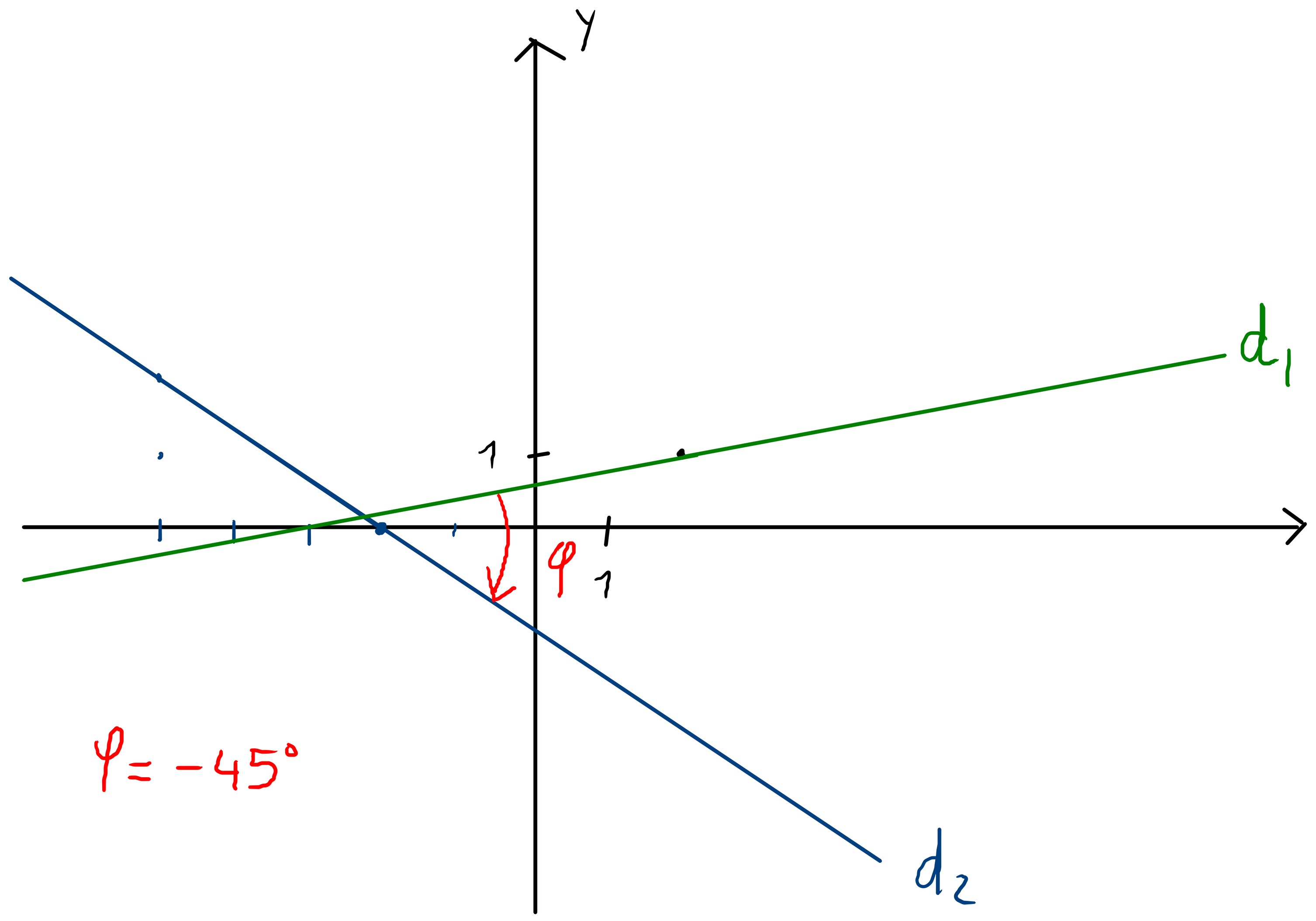
25.04.24

3.2.3 Déterminer l'équation cartésienne de la droite d_1 passant par $M(2;1)$ et déterminant avec la droite $d_2 : 2x + 3y + 4 = 0$ un angle $\measuredangle(d_1; d_2) = -45^\circ$.



$\varphi = -45^\circ$

(d_2) : $2x + 3y + 4 = 0$

$(-2;0)$, $(-5;2)$

• pente de d_2 : $m_2 = -\frac{2}{3}$

<u>But:</u> calculer m_1

$$\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} = \tan(\varphi) \Rightarrow \frac{-\frac{2}{3} - m_1}{1 + m_1 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)} = -1$$

On résout cette équation :

$$-\frac{2}{3} - m_1 = -1\left(1 - \frac{2}{3} m_1\right)$$

$$-\frac{2}{3} - m_1 = -1 + \frac{2}{3} m_1$$

$$-\frac{5}{3} m_1 = \frac{-1}{3} \quad \Big| \cdot 3$$

$$-5 m_1 = -1 \quad \Big| \div (-5)$$

$$m_1 = \frac{1}{5}$$

• (d_1) : $-x + 5y + c = 0$

$A(2;1) \in d_1$: $-2 + 5 + c = 0 \Rightarrow c = -3$

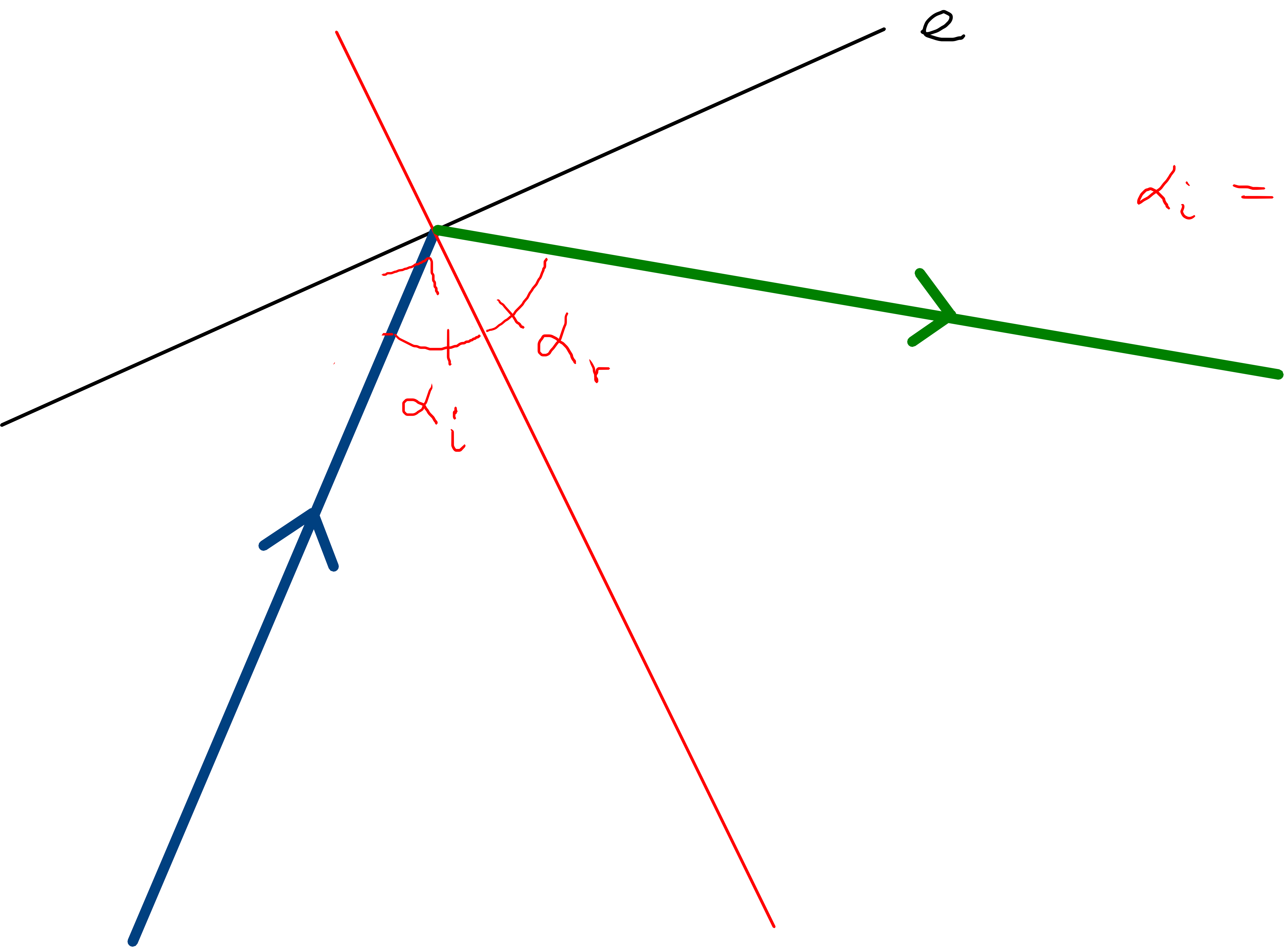
$$\boxed{(d_1) : \quad -x + 5y - 3 = 0}$$

(d_1) : $y = \frac{1}{5} x + h$

$1 = \frac{2}{5} + h \Rightarrow h = \frac{3}{5}$

(d_1) : $\frac{1}{5} x - y + \frac{3}{5} = 0$

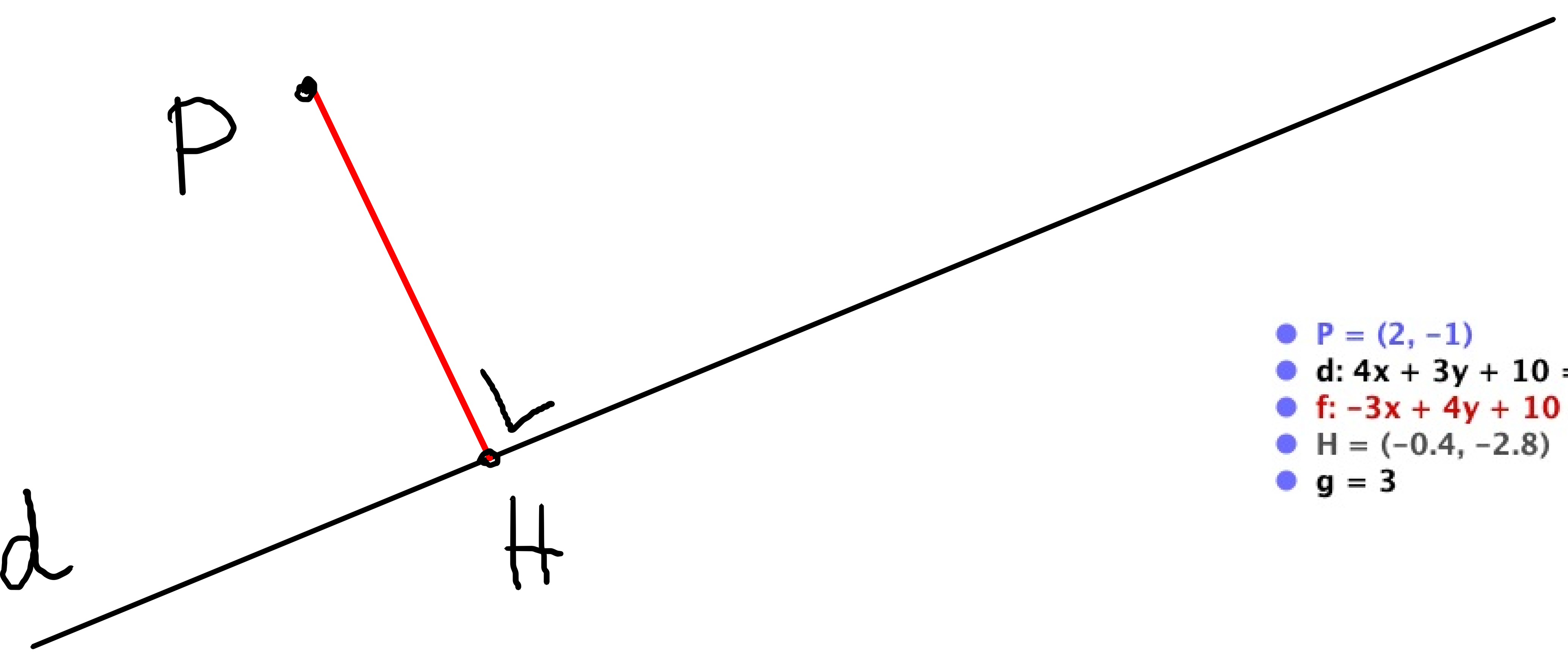
3.2.4

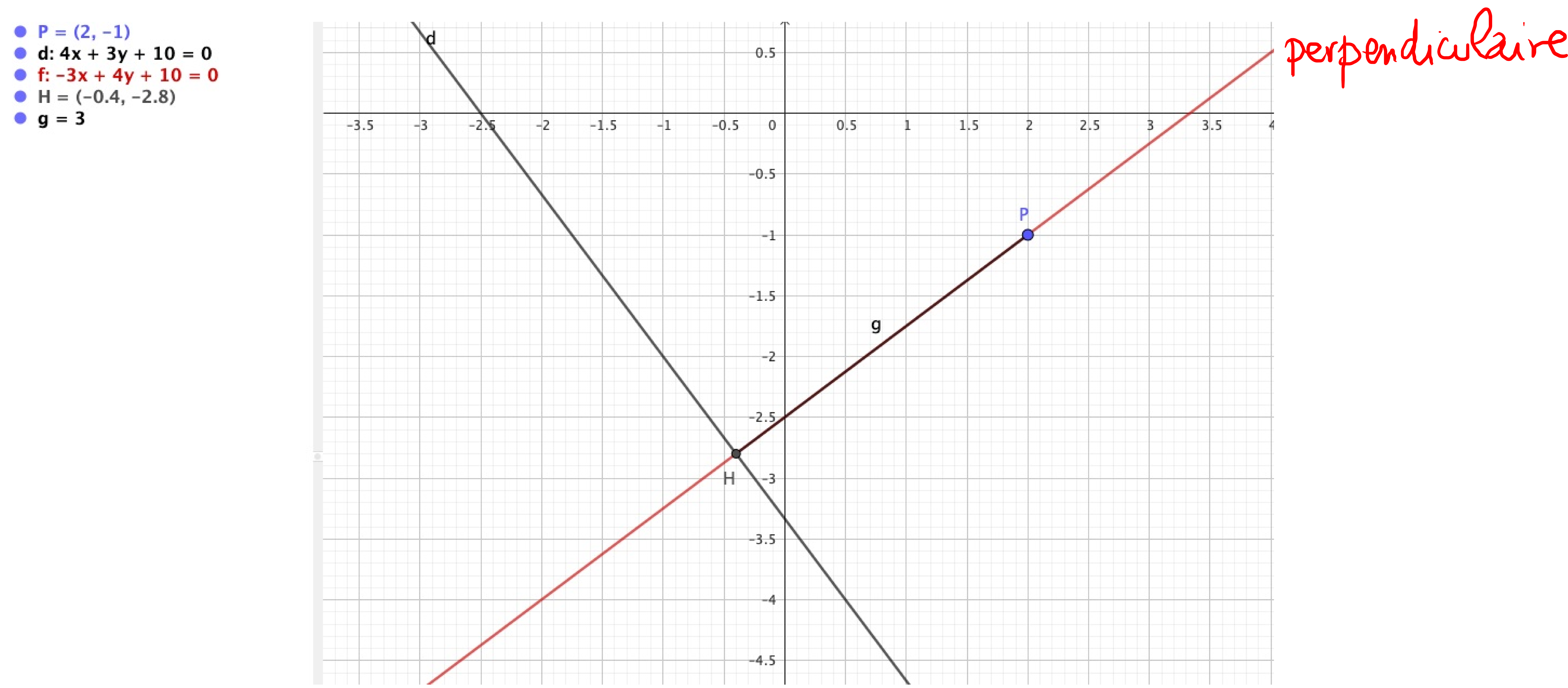


$\alpha_i = \alpha_r$

3.2.5 Calculer la distance du point P à la droite d dans les cas suivants :

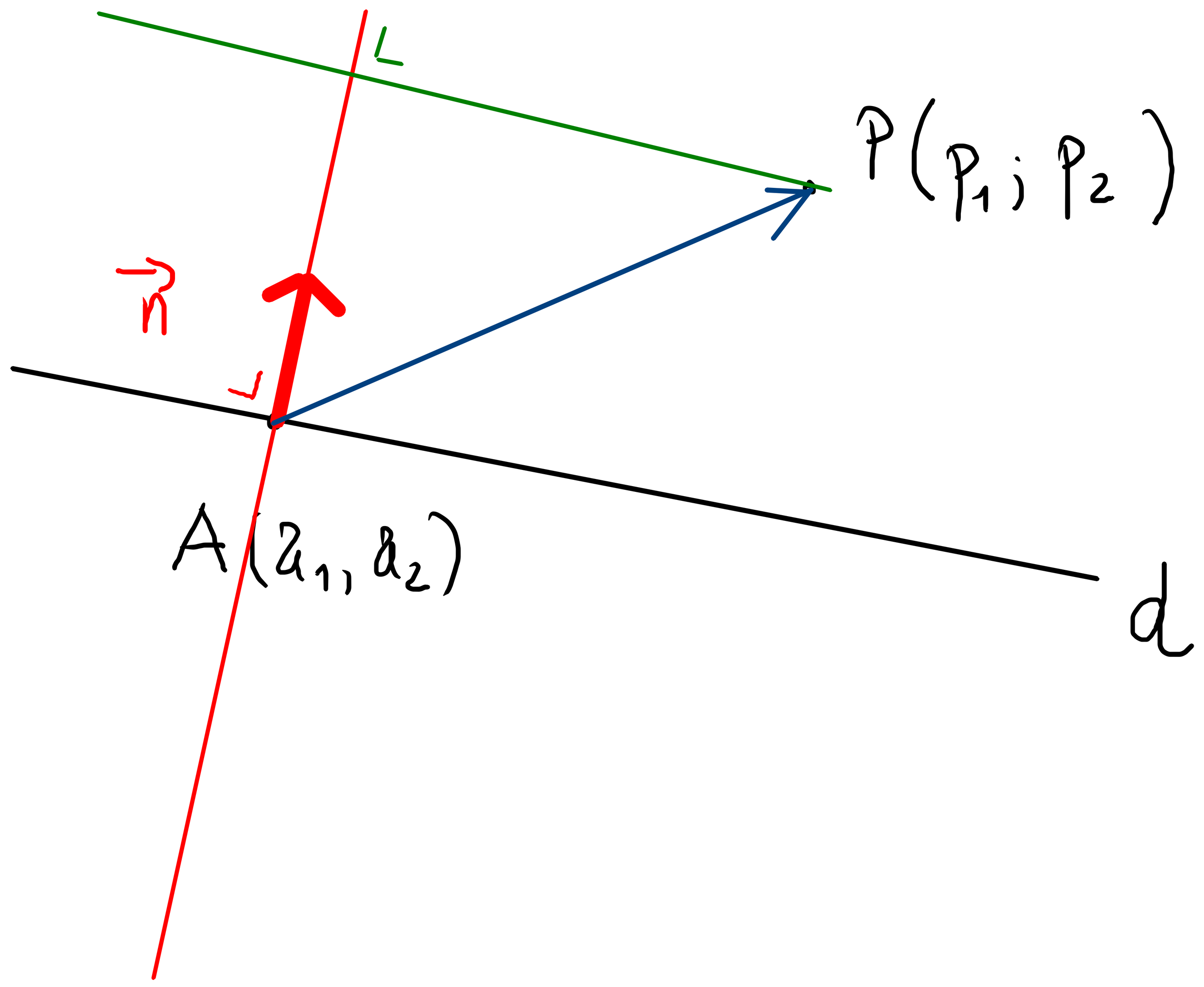
a) $P(2;-1)$ $\qquad$ $d : 4x + 3y + 10 = 0$





$$\delta(P, d) = 3$$

Distance d'un point à une droite



But : calculer la distance d'un point à une droite

Soit $A(a_1, a_2) \in d$.
Soit $\vec{n}$ un vecteur normal à d

Posons (d) : $ax + by + c = 0$, on peut prendre $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
La projection de $\vec{AP}$ sur $\vec{n}$ donne la distance cherchée.

$$\delta(P, d) = \frac{|\vec{AP} \cdot \vec{n}|}{\|\vec{n}\|}$$

$$\vec{AP} = \vec{OP} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 - a_1 \\ p_2 - a_2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AP} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} p_1 - a_1 \\ p_2 - a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a(p_1 - a_1) + b(p_2 - a_2)$$
$$= ap_1 + bp_2 - (aa_1 + ba_2)$$

Comme $A \in d$: $a \cdot a_1 + b a_2 + c = 0$
$$c = -(a a_1 + b a_2)$$

donc $\vec{AP} \cdot \vec{n} = a p_1 + b p_2 + c$

$$\boxed{\delta(P, d) = \frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

3.2.5 Calculer la distance du point P à la droite d dans les cas suivants :

a) $P(2;-1)$	$d: 4x+3y+10=0$
b) $P(0;-3)$	$d: 5x=12y+23$
c) $P(-2;3)$	$d: 4y=3x-2$
d) $P(1;-2)$	$d: x=2y+5$

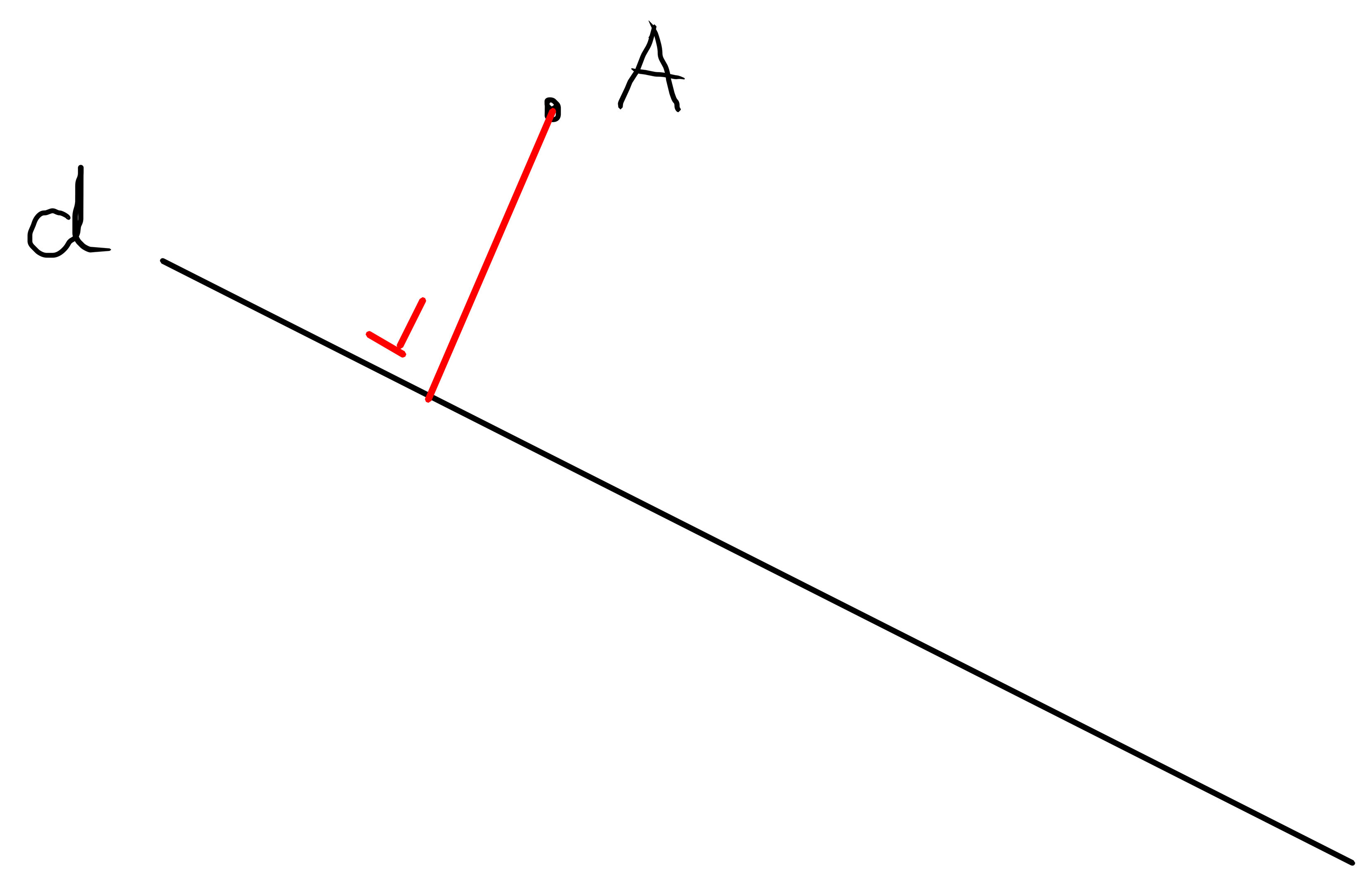
a) $$\delta(P,d) = \frac{|4\cdot 2 + 3\cdot(-1) + 10|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

b) $(d): \ 5x - 12y - 23 = 0$

$$\delta(P,d) = \frac{|5\cdot 0 - 12\cdot(-3) - 23|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}} = \frac{13}{13} = 1$$

3.2.6 Calculer l'aire d'un carré dont l'un des sommets est $A(2;-5)$ et dont l'un des côtés a pour support la droite $d : x = 2y + 7$.

$(d) : x - 2y - 7 = 0$, $A \notin d$



Aire : $(\delta(A, d))^2$

$$\delta(A, d) = \frac{|2 + 10 - 7|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

Aire du carré : $(\sqrt{5})^2 = 5$

Demain 3.2.8 et 3.2.10