

30.05.24

4.2.13 Dans une école, une étude a montré que le degré d'intérêt (sur une échelle de 1 à 10) des élèves au cours d'une leçon de 45 minutes est donné par la fonction d définie par

$$d(t) = \frac{t \cdot e^{-\frac{t}{30}} + 2}{2}$$

où t représente le nombre de minutes écoulées depuis le début de la leçon.

- Quel est le degré de motivation des élèves en entrant en classe?
- Quel est le degré de motivation des élèves après 20 minutes en classe?
- Après combien de minutes le degré maximal est-il atteint? Donner sa valeur maximale.

$$a) d(0) = 1$$

$$b) d(20) \approx 6,13$$

$$c) d(t) = \frac{1}{2} \left(t e^{-\frac{t}{30}} + 2 \right), \text{ avec } 0 \leq t \leq 45$$

$$d'(t) = \frac{1}{2} \left(1 \cdot e^{-\frac{t}{30}} + t \cdot \frac{-1}{30} e^{-\frac{t}{30}} + 0 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(e^{-\frac{t}{30}} - \frac{t}{30} e^{-\frac{t}{30}} \right) = \frac{1}{2} e^{-\frac{t}{30}} \left(1 - \frac{t}{30} \right)$$

$$d'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 30$$

Tableau des variations

t	0	30	45
$d'(t)$	/ /	+	0 - / /
$d(t)$	/ / min	max	min / /

$$d(30) = \frac{1}{2} \left(30 \cdot e^{-1} + 2 \right)$$

$$= \frac{\frac{30}{e} + 2}{2} = \frac{15}{e} + 1 \approx 6,52$$

Le max est atteint après 30 minutes.

Le degré d'intérêt est de 6,52.

4.2.16 Dans l'étude de 15 villes ayant une population P allant de 300 à 3'000'000 d'habitants, on a déterminé que la vitesse moyenne v (en m/s) d'un piéton pouvait être donnée approximativement par $v = 0,0151 + 0,258 \log(P)$.

- a) Selon ce modèle, quel est la vitesse moyenne d'un piéton à Lausanne ($\sim 130'000$ habitants) ?

$$v = v(P) = 0,0151 + 0,258 \log(P)$$

$$v(150'000) \cong 1,3 \quad [m/s]$$

- b) Évaluer, à l'aide de cette formule, le nombre d'habitants nécessaire pour que la vitesse moyenne d'un piéton soit de 1,5 m/s.

Déterminer x tel que $v(x) = 1,5$

$$0,0151 + 0,258 \log(x) = 1,5$$

$$\log(x) = \frac{1,5 - 0,0151}{0,258}$$

$$\log(x) \cong 5,755426356589147$$

$$x \cong 10^{5,755426356589147}$$

$$x \cong 569411,660680432127275$$

$$x \cong 569'411$$

4.2.18 Un pêcheur esquimau tombe dans l'eau dont la température est de 0°C . La relation $T = 37e^{-0,02t}$ donne la température T de son corps après t minutes.

- Quelle sera la température de son corps après 45 minutes.
- Calculer le temps dont disposent ses amis pour le secourir si l'on sait qu'il s'évanouira lorsque son corps sera à une température de 25°C .

$$T = T(t) = 37 \cdot e^{-0,02t}$$

$$a) \quad T(45) \approx 15,04^{\circ}$$

$$b) \quad T(x) = 25 \quad \Leftrightarrow \quad 37 e^{-0,02x} = 25$$
$$x = 19,6 \quad [\text{min}]$$

$$x = \ln\left(\frac{25}{37}\right) \div (-0,02)$$