

## Exercice 1.2.2 d)

d)  $n^3 + 5n$  est divisible par 3  $\forall n \in \mathbb{N}^*$

① vraie pour  $n=1$ :  $1+5=6=3 \cdot 2 \checkmark$

②  $n^3 + 5n$  est divisible par 3  $\Rightarrow (n+1)^3 + 5(n+1)$  est divisible par 3.

$\exists k \in \mathbb{N}^*$  tel que  $n^3 + 5n = 3k$ .

$$(n+1)^3 + 5(n+1) = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + 5n + 5 = n^3 + 3n^2 + 8n + 6 =$$

$$n^3 + 5n + \underbrace{3n^2 + 3n + 6}_{3 \cdot (n^2 + n + 2)} = 3k + 3 \cdot k' = 3(k+k') \text{ qui est}$$

divisible par 3.

Par hypothèse de récurrence la relation est vraie pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$