1.1.13

b) $f(x) = e^{1/x}$

① $ED(f) = \mathbb{R}^*$

$\frac{1}{x}$ pas définie en $x = 0$.

② Parité : $f(-x) = e^{1/-x}$ et $-f(x) = -e^{1/x}$

Ni paire, ni impaire

③ Signe de $f(x)$ :

| $x$ | | $0$ | |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+$ | ‖ | $+$ |

④ AV : en $x = 0$, deux cas se présentent :

- $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} e^{1/x} = e^{\lim\limits_{x \to 0^+} 1/x} = e^{+\infty} = +\infty$ AVD en $x=0$
- $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} e^{1/x} = e^{\lim\limits_{x \to 0^-} 1/x} = e^{-\infty} = 0$

AH :

- à droite : $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{\frac{1}{x}} = e^{\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x}} = e^{0_+} = 1$
- à gauche : $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{\frac{1}{x}} = e^{\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x}} = e^{0_-} = 1$

} AH : $y = 1$

⑤ Croissance :

$$(e^u)' = u' \cdot e^u$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' e^{\frac{1}{x}} = \frac{-1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} \quad , \; ED(f') = \mathbb{R}^*$$

Tableau des signes de $f'(x)$ :

| $x$ | | $0$ | |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | ‖ | $-$ |
| $f(x)$ | ↘ | ‖ | ↘ |

Aucun extrema

$f(x)$ est toujours décroissante

⑥ Courbure :

$$f''(x) = \left(\frac{-1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}\right) = \frac{2}{x^3} e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{x^2} \cdot \left(\frac{-1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}\right) = \dots$$

$$\downarrow$$

$$(-x^{-2})' = 2x^{-3} = \frac{2}{x^3}$$

$$\dots = e^{\frac{1}{x}} \left[\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^4}\right] = e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{2x+1}{x^4} \qquad ED(f'') = \mathbb{R}^*$$

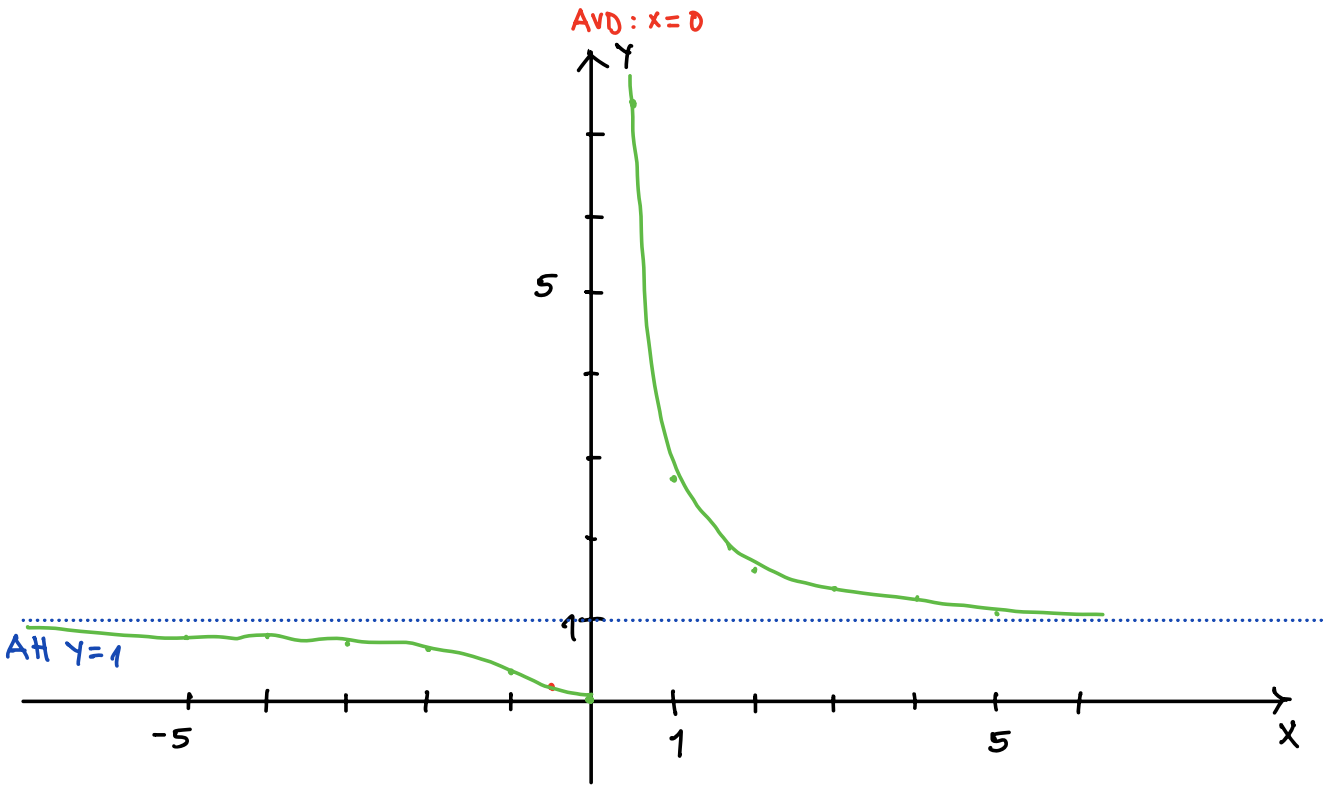
Zéro de $f''(x)$ : $e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{2x+1}{x^4} = 0 \iff 2x+1 = 0$

$$\iff x = -\frac{1}{2}$$

| $x$ | | $-\frac{1}{2}$ | | |
|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $+$ |
| $f(x)$ | ∩ | PI | ∪ | ∪ |

$f(-0,5) = e^{-2} \simeq 0,13$

PI : $(-0,5 ; 0,13)$




$f(-0,5) \simeq 0,13$

$f(-1) \simeq 0.4$

$f(-2) \simeq 0,6$

$f(-3) \simeq 0,7$

$f(-4) \simeq 0,8$

$f(-5) \simeq 0,8$

$f(0.5) = e^{2} \simeq 7,4$

$f(1) = e^{1} \simeq 2.7$

$f(2) = e^{1/2} \simeq 1,6$

$f(3) = e^{1/3} \simeq 1.4$

$f(4) = e^{1/4} \simeq 1,3$

$f(5) = e^{1/5} \simeq 1.2$

Avec Geogebra