Ex 1.1.14 a)

$f(x) = x^2 \ln(x)$

① $ED(f) = \mathbb{R}_+^*$

$\ln(x)$ n'est défini que pour $x > 0$

② Aucune parité, $ED(f)$ pas symétrique par rapport à l'origine.

③ Signe de f : $\quad x^2 \ln(x) = 0 \iff x = 1 \;,\; x > 0$

x	0		1	
x^2		$+$		$+$
$\ln(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		$-$	0	$+$

④ AVD : $\displaystyle \lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} x^2 \ln(x) \overset{\text{Ind}}{=} \text{"}0_+ \cdot -\infty\text{"} \quad \lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x^2}} \overset{\text{BH}}{=} \text{"}\frac{-\infty}{+\infty}\text{"}$

$\displaystyle = \lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2}{x^3}} = \lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{x^2}{-2} = 0_-$, pas d'AV en $x = 0$

AHD : $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty \cdot +\infty = +\infty$

pas d'AHD

⑤ Croissance

$$f'(x) = 2x\ln(x) + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x\ln(x) + x = x(2\ln(x)+1)$$

$u = x^2 \quad ; \quad u' = 2x$

$v = \ln(x) \quad ; \quad v' = \frac{1}{x}$

$ED(f') = \mathbb{R}_+^*$

$$f'(x) = 0 \iff x\underbrace{(2\ln(x)+1)}_{=0} = 0$$

$$\iff \ln(x) = -1/2 \iff x = e^{-1/2} \simeq 0.6$$

x	0		$e^{-1/2}$	
x	//	$+$		$+$
$2\ln(x)+1$	//	$-$	0	$+$
$f'(x)$	//	$-$		$+$
$f(x)$	//	↘	$\boxed{\text{min}}$	↗

Min en $\left(e^{-\frac{1}{2}} ; -0{,}18\right)$

$$f(-e^{\frac{1}{2}}) = \left(e^{-\frac{1}{2}}\right)^2 \ln\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)$$

$$= e^{-1} \cdot \frac{-1}{2}$$

$$= \frac{-1}{2e}$$

ou $\left(e^{-\frac{1}{2}} ; -1/2e\right)$

⑥ Courbure :

$f'(x) = x(2\ln(x)+1)$

$u = x \quad ; \quad u' = 1$

$v = 2\ln(x)+1 \quad ; \quad v' = \frac{2}{x}$

$$f''(x) = 1\cdot\left(2\ln(x)+1\right) + x\cdot\frac{2}{x}$$
$$= 2\ln(x)+1+2 = 2\ln(x)+3$$

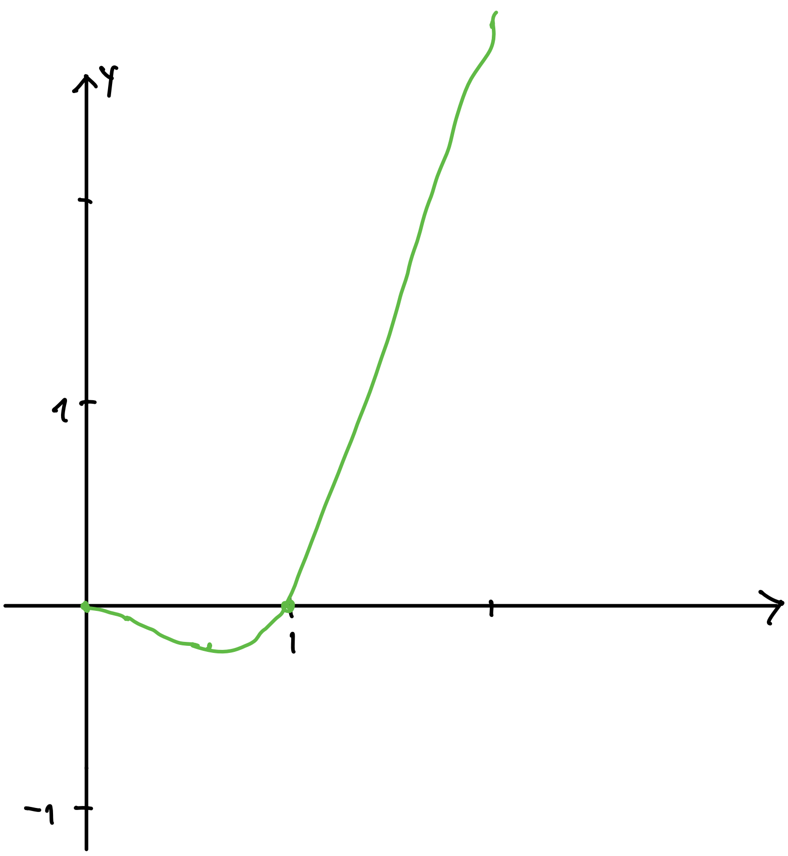
$$f''(x)=0 \iff 2\ln(x)+3=0$$
$$\iff 2\ln(x)=-3$$
$$\iff \ln(x)=-3/2 \Rightarrow x=e^{-3/2}$$

$x \cong 0.2$

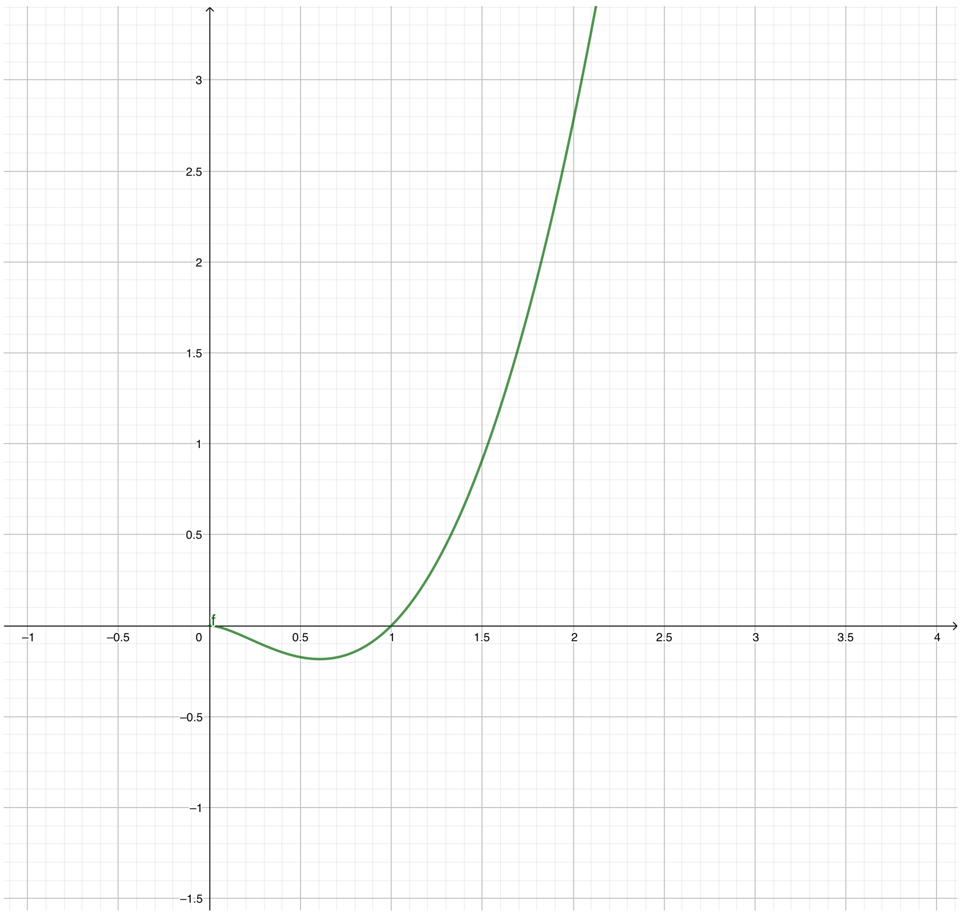
x	0		0.2	
$f''(x)$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	‖	$\frown$	$\boxed{pi}$	$\smile$

$$f(e^{-3/2}) = \left(e^{-\frac{3}{2}}\right)^2 \cdot \frac{-3}{2}$$
$$= -1.5\, e^{-3} = \frac{-1.5}{e^3}$$
$$\cong -0{,}07$$

8



$f(2) \cong 2.8$


f
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
3
2.5
2
1.5
1
0.5
−0.5
−1
−1.5