Ex 1.1.14 c)

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

① $ED(f) = \mathbb{R}_+^*$

$\ln(x)$ n'est défini que pour $x > 0$

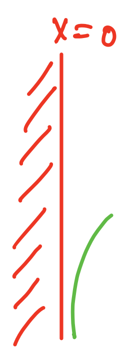
② Aucune parité, $ED(f)$ pas symétrique par rapport à l'origine.

③ Signe de $f(x)$:

x		0		1	
$\ln(x)$	//	‖	$-$	0	$+$
x	//	‖	$+$		$+$
$f(x)$	//	‖	$-$	0	$+$

④ AVD en $x = 0$:

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{\ln(x)}{x} = \text{“}\frac{-\infty}{0_+}\text{”} = -\infty \Rightarrow \text{AVD} : x = 0$$



AHD :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} \overset{BH}{=} \text{“}\frac{+\infty}{+\infty}\text{”} \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0_+$$

$$\Rightarrow \text{AHD} : y = 0$$

⑤ Croissance :

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln(x)}{x^2} = \frac{1 - \ln(x)}{x^2} \qquad ED(f') = \mathbb{R}_+^*$$

zéro de $f'(x)$: $\ln(x) = 1 \Leftrightarrow x = e$

x		0		e	
$1-\ln(x)$	//////	‖	$+$	0	$-$
x^2	//////	‖	$+$		$+$
$f'(x)$	//////	‖	$+$	0	$-$
$f(x)$	//////	‖	↗	$\boxed{max}$	↘

$f(e) = \frac{1}{e} = e^{-1}$

max $(e ; e^{-1})$

ou $(2{,}72 ; 0{,}37)$

⑥ Courbure

$u = 1 - \ln(x)$; $u' = \frac{-1}{x}$

$v = x^2$; $v' = 2x$

$$f''(x) = \frac{-\frac{1}{x} \cdot x^2 - (1 - \ln(x)) \cdot 2x}{x^4} = \frac{-x - (1 - \ln(x))\, 2x}{x^4}$$

$$= \frac{\cancel{x}\left[-1 - 2(1 - \ln(x))\right]}{x^{\cancel{4}\,3}} = \frac{-1 - 2 + 2\ln(x)}{x^3}$$

$$= \frac{2\ln(x) - 3}{x^3}$$

zéro de $f''(x)$:

$$2\ln(x) = 3 \iff \ln(x) = \frac{3}{2} \iff x = e^{3/2} \cong 4,48$$

x		0		$e^{3/2}$	
$2\ln(x)-3$	//////	$\Vert$	$-$	0	$+$
x^3	//////	$\Vert$	$+$		$+$
$f''(x)$	//////	$\Vert$	$-$	0	$+$
$f(x)$	//////	$\Vert$	$\frown$	$\boxed{\text{pi}}$	$\smile$

Pi $\left(e^{\frac{3}{2}} ; \frac{3}{2e^{3/2}} \right)$

$$f(e^{3/2}) = \frac{3/2}{e^{3/2}} \cong 0,33$$

ou $(4,48 ; 0,33)$

⑦ Graphique

$f(2) \cong 0,35$

$f(0.5) \cong -1,39$