

2.1.24 On mène par le point $A(4; -4)$ les tangentes au cercle $x^2 + y^2 = 6x - 2y - 5$.
Calculer la longueur de la corde passant par les points de tangence.
Contact.

$$(C) : (x-3)^2 + (y+1)^2 = -5 + 9 + 1$$

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$$

centre $C(3; -1)$ et rayon $r = \sqrt{5}$

Polaire : $(4-3)(x-3) + (-4+1)(y+1) = 5$

$$x - 3y - 3 - 3 - 5 = 0$$

$$(p) : x - 3y - 11 = 0$$

Points de contact :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0 \\ x = 3y + 11 \end{cases}$$

Substituons :

$$(3y+11)^2 + y^2 - 6(3y+11) + 2y + 5 = 0$$

$$9y^2 + 66y + 121 + y^2 - 18y - 66 + 2y + 5 = 0$$

$$10y^2 + 50y + 60 = 0$$

$$y^2 + 5y + 6 = 0$$

$$(y+2)(y+3) = 0$$

Ainsi $\begin{cases} y = -2 & x = -6 + 11 = 5 & T_1(5; -2) \\ y = -3 & x = -9 + 11 = 2 & T_2(2; -3) \end{cases}$

Longueur de la corde T_1T_2 :

$$\overrightarrow{T_1T_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\|\overrightarrow{T_1T_2}\| = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$