Primitive et intégrale – TE 806A

Problème	1	2	3	4	5	6	Total
Points	4	4	4	8	6	4	30
Points obtenus							

Problème 1 (4 points)
Calculer :

a) $\int x^5 \,\mathrm{d}x$ b) $\int x^{-4} \,\mathrm{d}x$ c) $\int x^{3/2} \,\mathrm{d}x$ d) $\int x^{-\frac{5}{2}} \,\mathrm{d}x$

a) $\frac{1}{6} x^6 + C$

c) $\frac{2}{5} x^{5/2} + C$

b) $-\frac{1}{3} x^{-3} + C$

d) $-\frac{2}{3} x^{-3/2} + C$

Problème 2 (4 points)

Calculer :

a) $\displaystyle\int \left(3\,x^5 - 4\,x^4 + 3\,x^3 - 2\,x^2 + x + 1\right)\,\mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\,x - \frac{1}{4}\,x^2\right)\,\mathrm{d}x$

a) $2x^6 - \frac{4}{5}x^5 + \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C$

b) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{12}x^3 + C$

Problème 3 (4 points)
Calculer. Donner les solutions sous la forme de racines.

a) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\,\mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

a) $\displaystyle\int x^{-\frac{1}{4}}\,dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + c = \frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} + c$

b) $\displaystyle\int x \cdot x^{-\frac{1}{2}}\,dx = \int x^{\frac{1}{2}}\,dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c$

Problème 4 (**6** points)

Calculer :

a) $\displaystyle\int \frac{5}{(1-x)^2}\,\mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int (4\,x-5)^2\,\mathrm{d}x$

c) $\displaystyle\int (x^2+2\,x)^3\cdot(2\,x+2)\,\mathrm{d}x$

a) $\displaystyle\int 5\,(1-x)^{-2}\,dx = 5(1-x)^{-1} + c = \frac{5}{(1-x)} + c$

candidat : $K(1-x)^{-1}$

(candidat)' : $K\cdot(-1)(1-x)^{-2}\cdot(-1) = K(1-x)^{-2} \Rightarrow K=5$

b) $\displaystyle\int (4x-5)^2\,dx = \frac{1}{12}(4x-5)^3 + c$

candidat : $K(4x-5)^3$

(candidat)' : $K\cdot 3(4x-5)^2\cdot 4 = 12K(4x-5)^2 \Rightarrow K=\frac{1}{12}$

c) $\displaystyle\int (\underbrace{x^2+2x}_{u})^3\,(\underbrace{2x+2}_{u'})\,dx = \frac{1}{4}(x^2+2x)^4 + c$

candidat : $K(x^2+2x)^4$

(candidat)' : $K\cdot 4(x^2+2x)^3\cdot(2x+2) = 4K(x^2+2x)^3(2x+2)$

$\Rightarrow K=\frac{1}{4}$

Problème 5 (6 points)

Calculer :

a) $\displaystyle\int \frac{1}{x+2}\,\mathrm{d}x$ 1

b) $\displaystyle\int x^2 e^{x^3}\,\mathrm{d}x$ 2

c) $\displaystyle\int \frac{x^3+x^2+x+1}{x-1}\,\mathrm{d}x$ 3

a) $\ln\left(|x+2|\right)+c$

b) $\frac{1}{3}e^{x^3}+c$

c)

	1	1	1	1
1		1	2	3
	1	2	3	4

$$\frac{x^3+x^2+x+1}{x-1} = x^2+2x+3+\frac{4}{x-1}$$

$$\int \frac{x^3+x^2+x+1}{x-1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}x^3+x^2+3x+4\ln\left(|x-1|\right)+c$$

Problème 6 (4 points)
On donne

$$f''(x) = 6\,x$$

Donner l'expression mathématique de la fonction f, sachant que $f'(0) = 5$ et que $f(1) = 8$.

1) $f''(x) = 6x$

$f'(x) = 3x^2 + c$

$f'(0) = c = 5 \Rightarrow \underline{f'(x) = 3x^2 + 5}$

2) $f(x) = x^3 + 5x + d$

$f(1) = 1 + 5 + d = 8 \Rightarrow d = 2$

$\Rightarrow \underline{f(x) = x^3 + 5x + 2}$