

Primitive et intégrale – TE 806B

Problème	1	2	3	4	5	6	Total
Points	4	4	4	8	6	4	30
Points obtenus							

Problème 1 (4 points)

Calculer :

a) $\int x^4 dx$

b) $\int x^{-3} dx$

c) $\int x^{5/2} dx$

d) $\int x^{-3/2} dx$

Handwritten solutions on the grid:

- a) $\frac{1}{5} x^5 + c$
- b) $-\frac{1}{2} x^{-2} + c$
- c) $\frac{2}{7} x^{\frac{7}{2}} + c$
- d) $-2 x^{-\frac{1}{2}} + c$

Problème 2 (4 points)

Calculer :

a) $\int (4x^5 - 5x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x + 2) dx$

b) $\int \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x^2 \right) dx$

a) $\frac{2}{3}x^6 - x^5 + \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$

b) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{18}x^3 + C$

Problème 3 (4 points)

Calculer ▀. Donner les solutions sous la forme de racines.

a) $\int \frac{1}{\sqrt[5]{x}} dx$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x}} dx$

a) $\int x^{-\frac{1}{5}} dx = \frac{5}{4} x^{\frac{4}{5}} + C = \frac{5}{4} \sqrt[5]{x^4} + C$

b) $\int x \cdot x^{-\frac{1}{2}} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + C$

Problème 4 (6 points)

Calculer :

a) $\int \frac{4}{(1-x)^2} dx$

c) $\int (x^2 + 3x)^3 \cdot (2x + 3) dx$

b) $\int (3x - 5)^2 dx$

a) $\int 4(1-x)^{-2} dx = 4(1-x)^{-1} + C = \frac{4}{1-x} + C$

candidate : $K(1-x)^{-1}$

(candidate)' : $K(-1)(1-x)^{-2} \cdot (-1) = K(1-x)^{-2} \Rightarrow K=4$

b) $\int (3x-5)^2 dx = \frac{1}{9}(3x-5)^3 + C$

candidate : $K(3x-5)^3$

(candidate)' : $K \cdot 3(3x-5)^2 \cdot 3 = 9K(3x-5)^2 \Rightarrow K = \frac{1}{9}$

c) $\int (x^2+3x)^3 \cdot (2x+3) dx = \frac{1}{4}(x^2+3x)^4 + C$

candidate : $K(x^2+3x)^4$

(candidate)' : $K \cdot 4(x^2+3x)^3 \cdot (2x+3) \Rightarrow 4K = 1 \Rightarrow K = \frac{1}{4}$

Problème 5 (6 points)

Calculer :

a) $\int \frac{1}{x+3} dx$

b) $\int x^2 e^{x^3} dx$

c) $\int \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x-1} dx$

a) $\ln(|x+3|) + c$

b) $\frac{1}{3} e^{x^3} + c$

c)

1	1	1	1
1	2	3	4
1	2	3	4

$\frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x-1} = x^2 + 2x + 3 + \frac{4}{x-1}$

$\int \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x-1} dx = \frac{1}{3} x^3 + x^2 + 3x + 4 \ln(|x-1|) + c$

Problème 6 (4 points)

On donne

$$f''(x) = 6x$$

Donner l'expression mathématique de la fonction f , sachant que $f'(0) = 4$ et que $f(1) = 12$.

1) $f''(x) = 6x$

$$f'(x) = 3x^2 + c$$

$$f'(0) = 4 \Rightarrow c = 4$$

$$f'(x) = 3x^2 + 4$$

2) $f(x) = x^3 + 4x + d$

$$f(1) = 1 + 4 + d = 12 \Rightarrow d = 7$$

$$f(x) = x^3 + 4x + 7$$