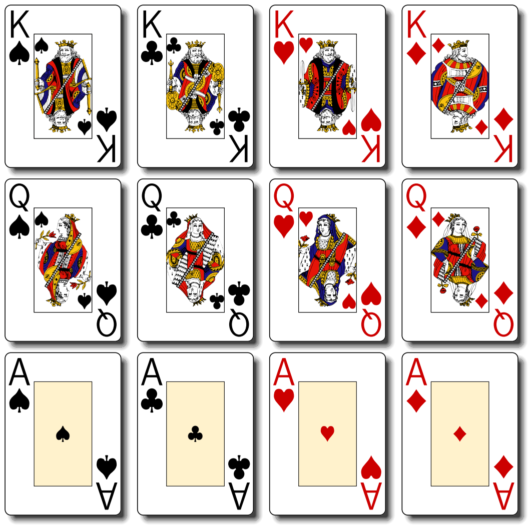
3M1 – Jeudi 28 mars 2024 Nom & prénom : ....

Probabilité – TE 814B

Problème	1	2	3	4	5	6	**Total**
Points	4	3	11	7	4	6	35
Points obtenus							

Problème 1 (4 points)

Un paquet de 12 cartes est composé de 4 rois, 4 dames et 4 as.



On tire 5 cartes simultanément. Quelle est la probabilité de tirer :

a) 2 rois, 2 dames et 1 as ?

b) les 4 as ?

$\#$ cas possibles : $C_5^{12} = 792$

a) $\#$ cas favorables : $C_2^4 \cdot C_2^4 \cdot C_1^4 = 6 \cdot 6 \cdot 4 = 144$

$p(\text{"2 rois, 2 dames et 1 as"}) = \frac{144}{792} = \frac{2}{11} \cong 18.18\%$

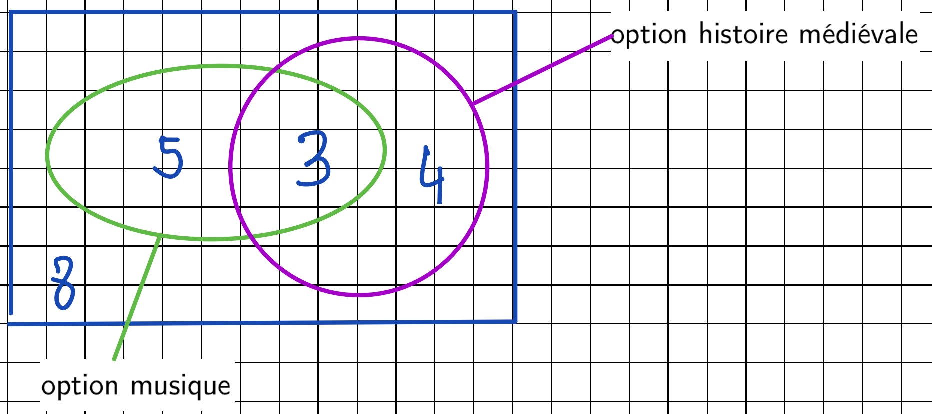
b) $\#$ cas favorables : $C_4^4 \cdot C_1^8 = 8$

$p(\text{"les 4 as"}) = \frac{8}{792} = \frac{1}{99} \cong 1.01\%$

Problème 2 (3 points)

On sait que dans une classe de 3$^{\text{ème}}$ année de 20 élèves, 8 ont choisi l'option musique, 7 l'option histoire médiévale et 3 ont pris à la fois l'option musique et l'option histoire médiévale.

En prenant un élève au hasard dans cette classe, calculer la probabilité pour qu'il ait pris exactement une des deux options ?



$$P(\text{1 option exactement}) = \frac{5+4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 60\%$$

Problème 3 (11 points)
Pour connaître les intentions de vote de la population, on a interrogé 100 personnes et on leur a demandé pour lequel des partis **A**, **B**, **C** elles voteraient. On regroupe le résultat dans le tableau ci-dessous :

	A	B	C
Hommes	13	21	19
Femmes	20	8	19

Si on choisit une personne au hasard dans ce groupe, quelle est la probabilité que cette personne :

a) vote pour le parti A ;
b) vote pour le parti A, si on sait que c'est une femme ;
c) vote pour le parti B ou C, si on sait que c'est un homme ;
d) soit une femme, si on sait qu'elle vote pour le parti C ;
e) ne vote pas pour le parti B, si on sait que c'est une femme ;
f) soit un homme, si on sait qu'il ne vote pas pour le parti A.

	A	B	C	Totaux
Hommes	13	21	19	53
Femmes	20	8	19	47
	33	29	38	100

a) $P(A) = \frac{33}{100} = 33\%$

b) $P(A \mid ♀) = \frac{20}{47} \cong 42.55\%$

c) $P(B \cup C \mid ♂) = \frac{40}{53} \cong 75.47\%$

d) $P(♀ \mid C) = \frac{19}{38} = \frac{1}{2} = 50\%$

e) $P(\overline{B} \mid ♀) = \frac{39}{47} \cong 82.98\%$

f) $P(♂ \mid \overline{A}) = \frac{40}{100-33} = \frac{40}{67} \cong 59.70\%$

Problème 4 (7 points)

Un match de tennis se termine dès qu'un des deux joueurs a gagné deux sets. Un match se déroule donc en deux ou trois sets.

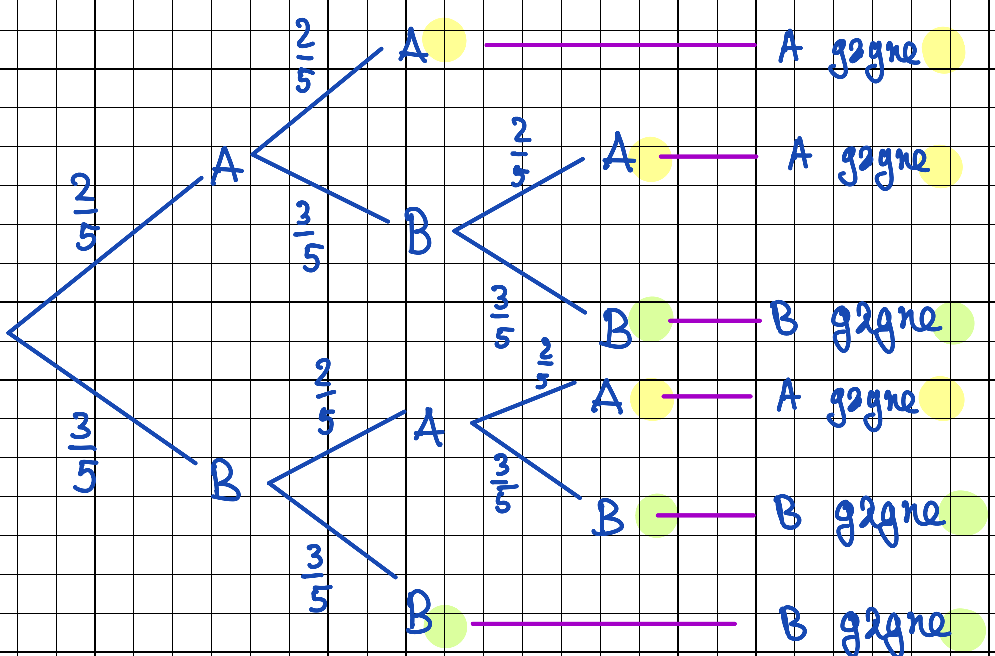
Les joueurs A et B sont régulièrement adversaires. Le joueur A gagne en moyenne 4 sets sur 10. Le résultat d'un set est indépendant de celui des autres sets.

a) A l'issue d'un match, quelle est la probabilité que A ait gagné ?

b) Les joueurs A et B disputent successivement trois matches. Quelle est la probabilité que A gagne au moins un match ?

A : le joueur A gagne

$B=\bar{A}$: le joueur B gagne, donc le jour A perd.



a) $P(A) = \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 2\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} + \frac{24}{125} = \frac{44}{125} \cong 35.2\%$

b) P(A gagne au moins 1 match) = 1 − P(A perd tous ses matchs)

$= 1-\left(\frac{81}{125}\right)^3 \cong 1-0.2721 = 0.7279 = 72.79\%$

Problème 5 (4 points)

Un appareil, fabriqué en très grande série, peut être défectueux à cause de deux défauts différents désignés par A et B.

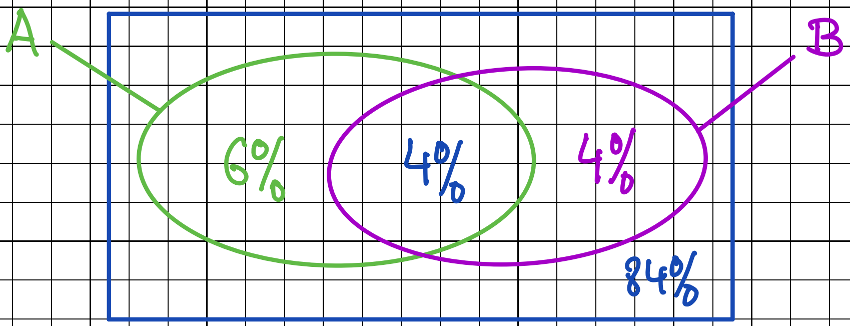
10% des appareils ont au mois le défaut A, 8% au moins le défaut B et 4% les deux défauts simultanément.

Un client achète un de ces appareils. Calculer la probabilité que cet appareil :

a) ne présente aucun défaut ;

b) présente le défaut A uniquement ;

c) présente le défaut B uniquement.



a) $P(\overline{A \cup B}) = 84\%$

b) $P(A) = 6\%$

c) $P(B) = 4\%$

Problème 6 (6 points)

Deux urnes U_1 et U_2 contiennent respectivement :

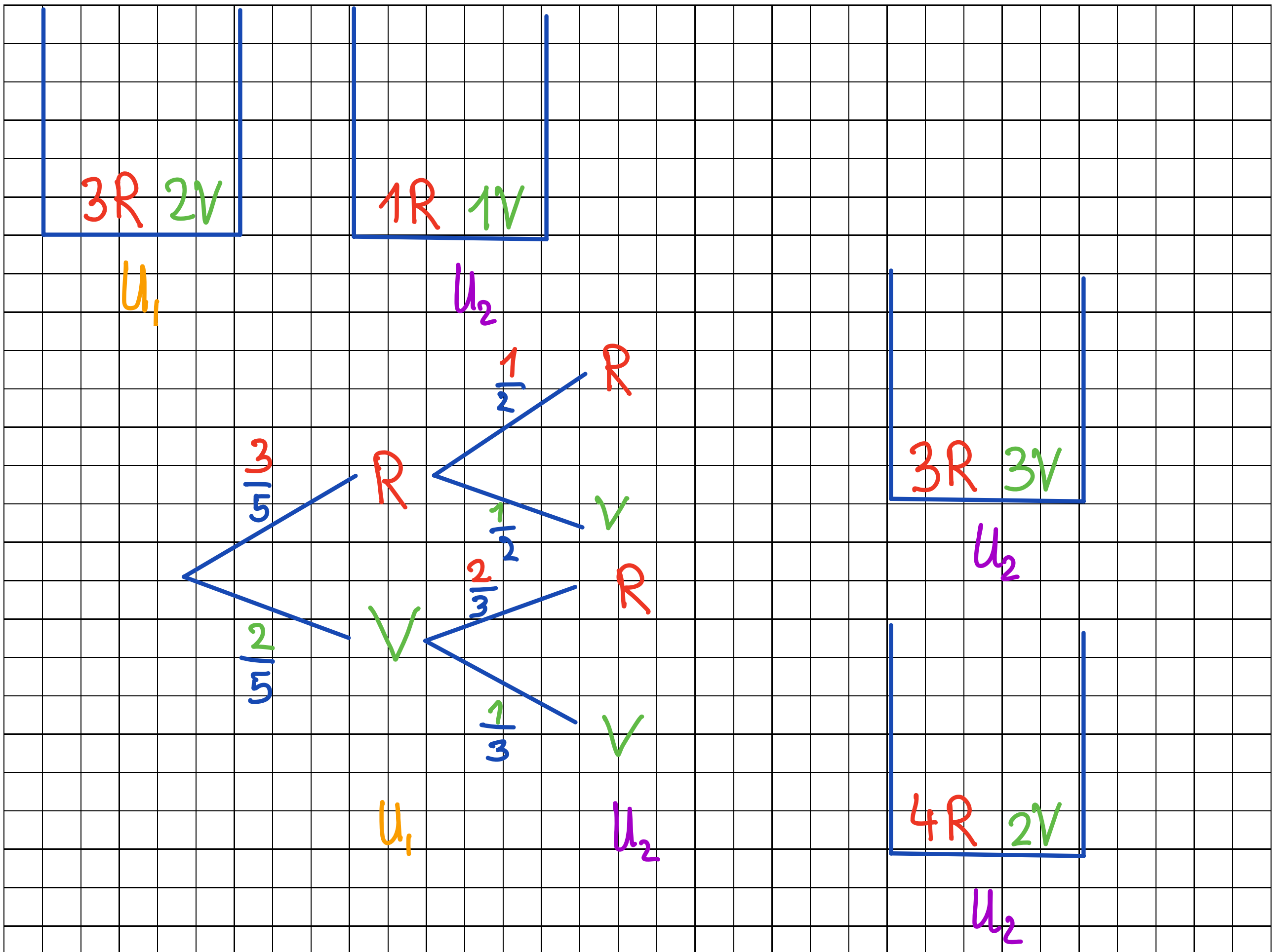
- U_1 : 3 boules rouges et 2 boules vertes,
- U_2 : 1 boule rouge et 1 boule verte.

On tire une boule de U_1 puis on met les boules restantes dans U_2. On tire alors une boule de U_2. Calculer la probabilité :

a) que cette boule soit rouge,

b) que cette boule soit rouge, si l'on sait que la première boule tirée était rouge,

c) que la première boule tirée ait été rouge, si au second tirage on a une boule rouge.



a) $P(R) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{17}{30} \cong 56.67\%$

b) $P(R \mid 1^{\text{ère}} R) = \dfrac{\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2} = 50\%$

c) $P(1^{\text{ère}} R \mid R) = \dfrac{\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{17}{30}} = \frac{9}{17} \cong 52.94\%$