

3.6.14 De combien de manières peut-on asseoir 8 personnes en rang si :

- a) aucune restriction n'est mise;
- b) les personnes A et B veulent être ensemble;
- c) les hommes ne doivent avoir que des voisines et inversement, en supposant qu'il y a 4 hommes et 4 femmes;
- d) les hommes, qui sont 5, doivent rester ensemble;
- e) les personnes forment 4 couples et chaque couple doit rester réuni.

a)
$$P_8 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 8! = 40'320$$

b)
$$P_7 \cdot P_2 = 7! \cdot 2! = 10'080$$

(Note: Diagram shows A and B in a box, labeled '1 couple', followed by 7 dashes representing other people. Below the dashes are labels AB 1 2 3 4 5 6 and BA 1 2 3 4 5 6.)

c) 4H, 4F

$$4! \cdot 4! \cdot 2 = 2 \cdot (4!)^2 = 1152$$

(Note: Diagram shows two rows of alternating H and F, each with 4 boxes. To the right, a sequence of boxes contains 4, 4, 3, 3, 2, 2, 1, 1.)

$$4! \cdot 4! + 4! \cdot 4! = 1152$$

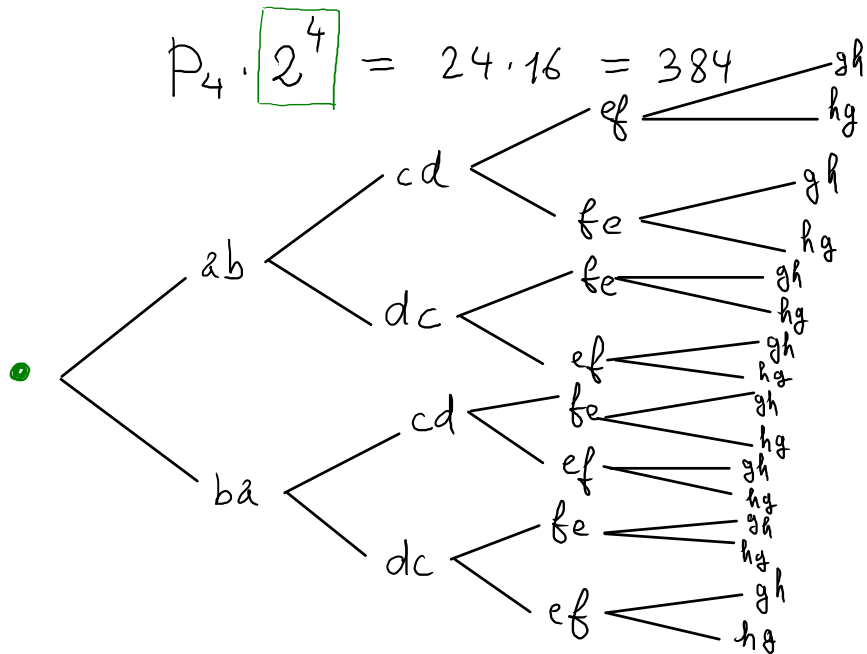
d)
$$4 \cdot P_5 \cdot P_3 = 4 \cdot 5! \cdot 3! = 2880$$

(Note: Diagram shows a row of 8 dashes with a block of 5 dashes highlighted in green and a block of 3 dashes highlighted in red. Labels 1, 2, 3, 4 are above the dashes. To the right is a 3x3 grid of H and F.)

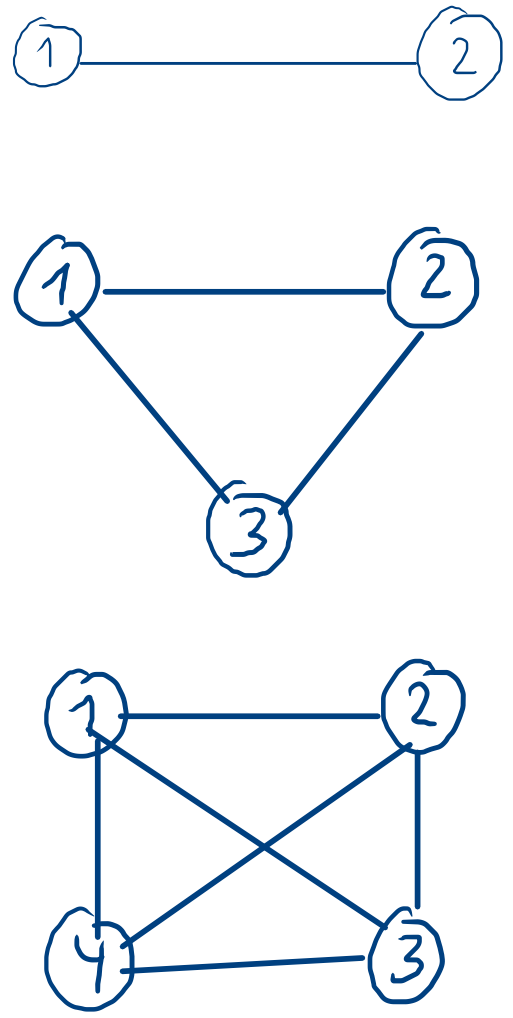
e)
$$P_4 = 4! = 24$$

$$P_4 \cdot 2^4 = 24 \cdot 16 = 384$$

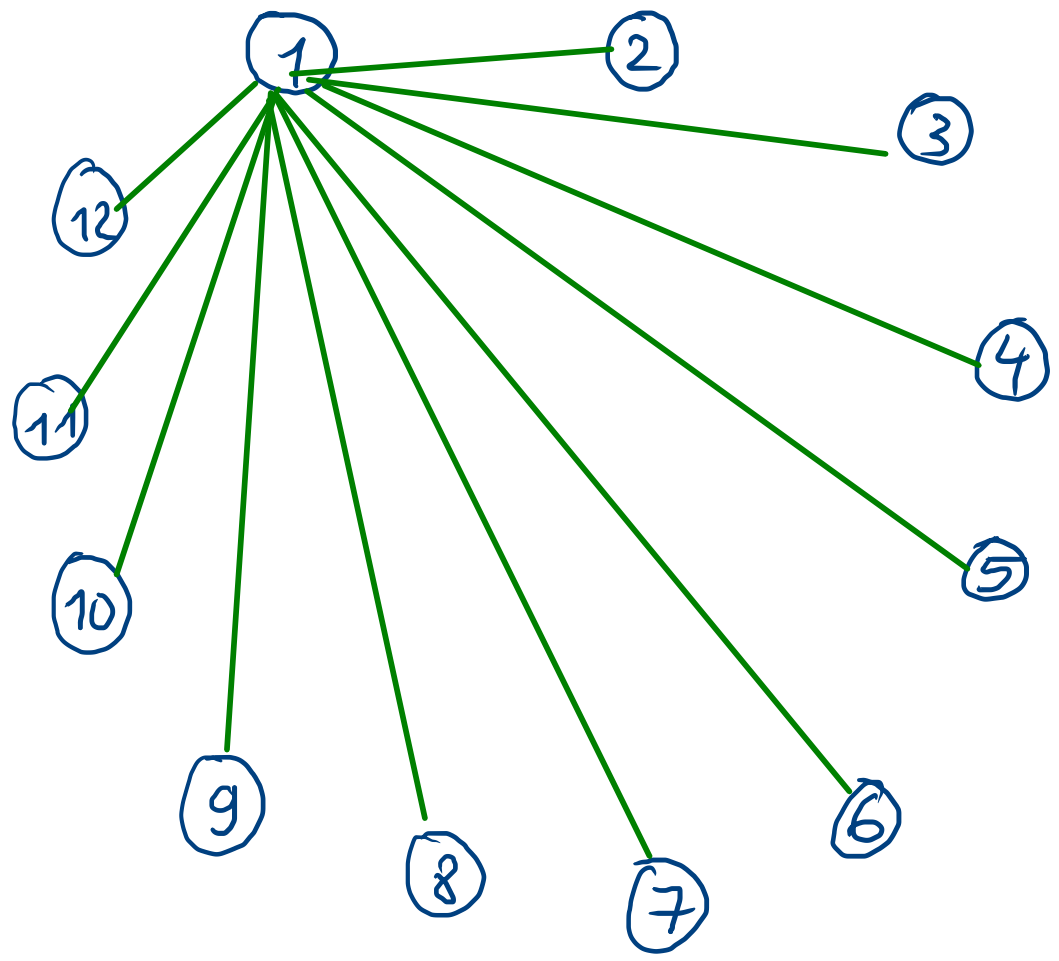
(Note: Diagram shows four boxes labeled C, C, C, C. To the right, a box 'ab' is shown with 'ba' below it, and a box 'cd' is shown with 'dc' below it, with a bracket between them.)



3.6.15 Douze joueurs d'échecs participent à un tournoi dans lequel chaque joueur joue une fois contre chacun des autres joueurs. Combien y aura-t-il de parties disputées ?



1
3
6



- $11 + 10 + 9 + \dots + 1 + 0 = 66$
 $\textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3} \quad \dots \quad \textcircled{11} \quad 12$

- $\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n & & & & & & \\
 n + (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1 & & & & & & \\
 \hline
 (n+1) + (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1) + (n+1) & \longrightarrow & \frac{n(n+1)}{2}
 \end{array}$$

3.6.16

- a) Dans une société de 25 personnes, on doit en désigner 4 qui formeront le comité. Combien de comités différents peut-on constituer ?
- b) Dans une société de 25 personnes, on doit désigner un président, un vice-président, un trésorier et un secrétaire. De combien de manières différentes peut-on choisir ces 4 personnes ?

$$a) \quad C_4^{25} = 12'650$$

$$\frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4!} = \frac{A_4^{25}}{P_4} = C_4^{25}$$

A B C D
B A C D

b) Président Trésorier Secrétaire Vice-Président

25 · 24 · 23 · 22

$$A_4^{25} = 303'600$$