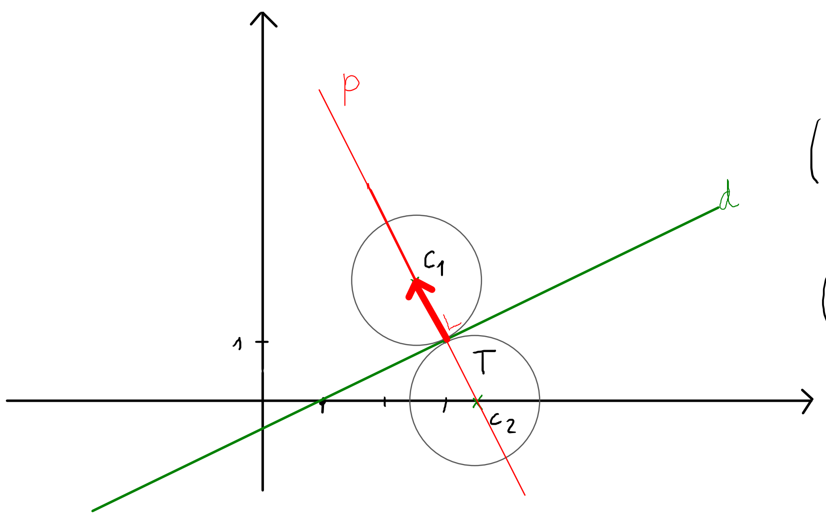
01.09.23

2.1.11 Déterminer les équations des cercles de rayon $\sqrt{5}$ qui sont tangents à la droite $x - 2y = 1$ au point $T(3; ?)$.

$(d): \quad x - 2y - 1 = 0 \quad , \quad T(3; 1)$



La perpendiculaire à d par T :

$(p): \quad 2x + y + K = 0$

$6 + 1 + K = 0 \Rightarrow K = -7$

$(p): 2x + y - 7 = 0$

<u>1ère méthode :</u>

$2x + y - 7 = 0 \qquad x = \frac{-y+7}{2}$

$y = -2x + 7$

$P(a, -2a+7)$

$x - 2y - 1 = 0$

distance de P à d : $\dfrac{|a - 2(-2a+7) - 1|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

$|a + 4a - 14 - 1| = 5$

$|5a - 15| = 5$

On résout cette équation :

$$\begin{cases} 5a - 15 = 5 \Rightarrow 5a = 20 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow y = -1 \\ \text{ou} \\ 5a - 15 = -5 \Rightarrow 5a = 10 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Les centres cherchés : $C_1(4, -1)$ et $C_2(2; 3)$

Deuxième méthode :

Nous allons trouver $\overrightarrow{TC_1}$ et $\overrightarrow{TC_2}$ qui mesurent $\sqrt{5}$.

Vecteur directeur de la droite d, $(d) : x - 2y - 1 = 0$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Vecteur directeur de la droite p : $\vec{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Sa norme vaut $\|\vec{p}\| = \sqrt{5}$

Nous avons ainsi les deux centres

1) $\overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OT} + \vec{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow C_1(4; -1)$

2) $\overrightarrow{OC_2} = \overrightarrow{OT} - \vec{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow C_2(2; 3)$

2.1.12 Déterminer les équations des cercles tangents aux droites

$$y = 7x - 5 \quad \text{et} \quad x + y + 13 = 0$$

l'un des points de contact étant $T(1;2)$.

(d_1) : $7x - y - 5 = 0$ $\qquad$ $T(1;2)$

(d_2) : $x + y + 13 = 0$