06.09.23

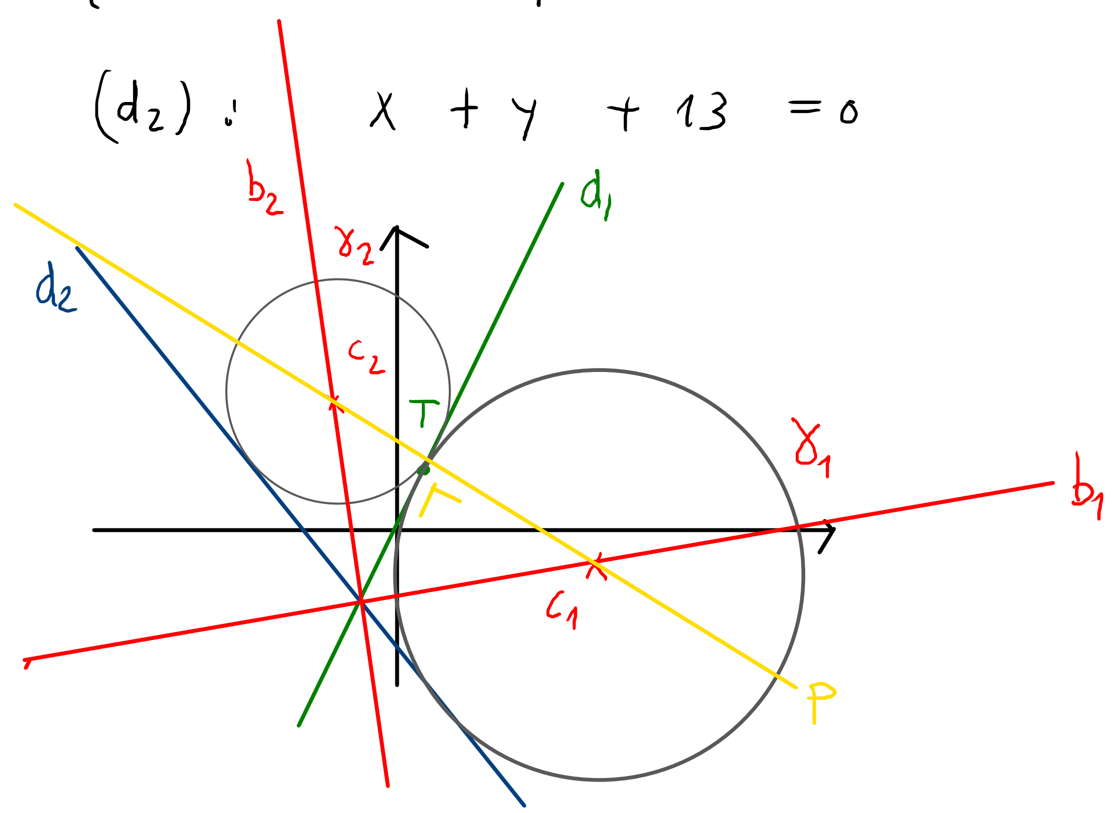
2.1.12 Déterminer les équations des cercles tangents aux droites

$$y = 7x - 5 \quad \text{et} \quad x + y + 13 = 0$$

l'un des points de contact étant $T(1;2)$.

$(d_1) : \quad 7x - y - 5 = 0 \qquad m_1 = \frac{-7}{-1} = 7 \qquad T(1;2) \in d_1$

$(d_2) : \quad x + y + 13 = 0 \qquad m_2 = \frac{-1}{1} = -1$



$\sqrt{50} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2}$
$= 5\sqrt{2}$

Les centres des cercles se situent à l'intersection des bissectrices des droites d_1 et d_2 et de la perpendiculaire p à d_1 .

"+" : $\frac{7x - y - 5}{\sqrt{50}} = \frac{x + y + 13}{\sqrt{2}}$

$\frac{7x - y - 5}{5\cancel{\sqrt{2}}} = \frac{x + y + 13}{\cancel{\sqrt{2}}_1}$

$7x - y - 5 = 5x + 5y + 65$

$2x - 6y - 70 = 0$

$(b_1) : x - 3y - 35 = 0$

$m_{b_1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

"−" : $\frac{7x - y - 5}{\sqrt{50}} = -\frac{x + y + 13}{\sqrt{2}}$

$\frac{7x - y - 5}{5\cancel{\sqrt{2}}} = -\frac{x + y + 13}{\cancel{\sqrt{2}}_1}$

$7x - y - 5 = -5x - 5y - 65$

$12x + 4y + 60 = 0$

$(b_2) : 3x + y + 15 = 0$

$m_{b_1} = \frac{-3}{1} = -3$

Déterminons la perpendiculaire issue de T issue sur d_1 .

(d_1) : $7x - y - 5 = 0$

(p) : $x + 7y + c = 0$

p passe par T : $1 + 14 + c = 0 \Rightarrow c = -15$

(p) : $x + 7y - 15 = 0$

Déterminons un des deux cercles :

$$\begin{array}{ll} (p) : \\ (b_1) : \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x + 7y - 15 = 0 \\ x - 3y - 35 = 0 \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-1) \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 10y + 20 = 0 \\ x = 3y + 35 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = -2 \\ x = 29 \end{array} \right. \qquad C_1(29; -2)$$

On calcule la distance de C_1 à d_1 : $\quad d_1 \quad 7x - y - 5 = 0$

$$\text{distance} : \frac{|203 + 2 - 5|}{\sqrt{50}} = \frac{\cancel{200}^{40}}{\cancel{5}\sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}} \qquad R_1 = \frac{40}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{40\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2}$$

$$(\gamma_1) : (x - 29)^2 + (y + 2)^2 = 800$$

Après calculs ...

$$(\gamma_2) : (x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 50$$

2.1.13 à 2.1.15