1.1.4

06.12.23

b) $\int_1^2 e^{3x-7}\,dx \quad = \quad \frac{1}{3} e^{3x-7} + c$

candidat : $k\, e^{3x-7}$

(candidat)': $k\, e^{3x-7} \cdot 3 = \underbrace{3k}_{3k=1 \;\Rightarrow\; k=\frac{1}{3}}\, e^{3x-7}$

c) $\int_0^2 x\, e^{x^2}\,dx \quad = \quad \frac{1}{2} e^{x^2} + c$

Candidat : $k\, e^{x^2}$

(candidat)': $k \cdot e^{x^2} \cdot 2x = \underbrace{2k}_{2k=1 \;\Rightarrow\; k=\frac{1}{2}}\, x\, e^{x^2}$

1.1.7

d) $f(x) = \boxed{x^2 + x + 1} + \boxed{\dfrac{3}{5x-1}}$

candidat: $K \ln(|5x-1|)$

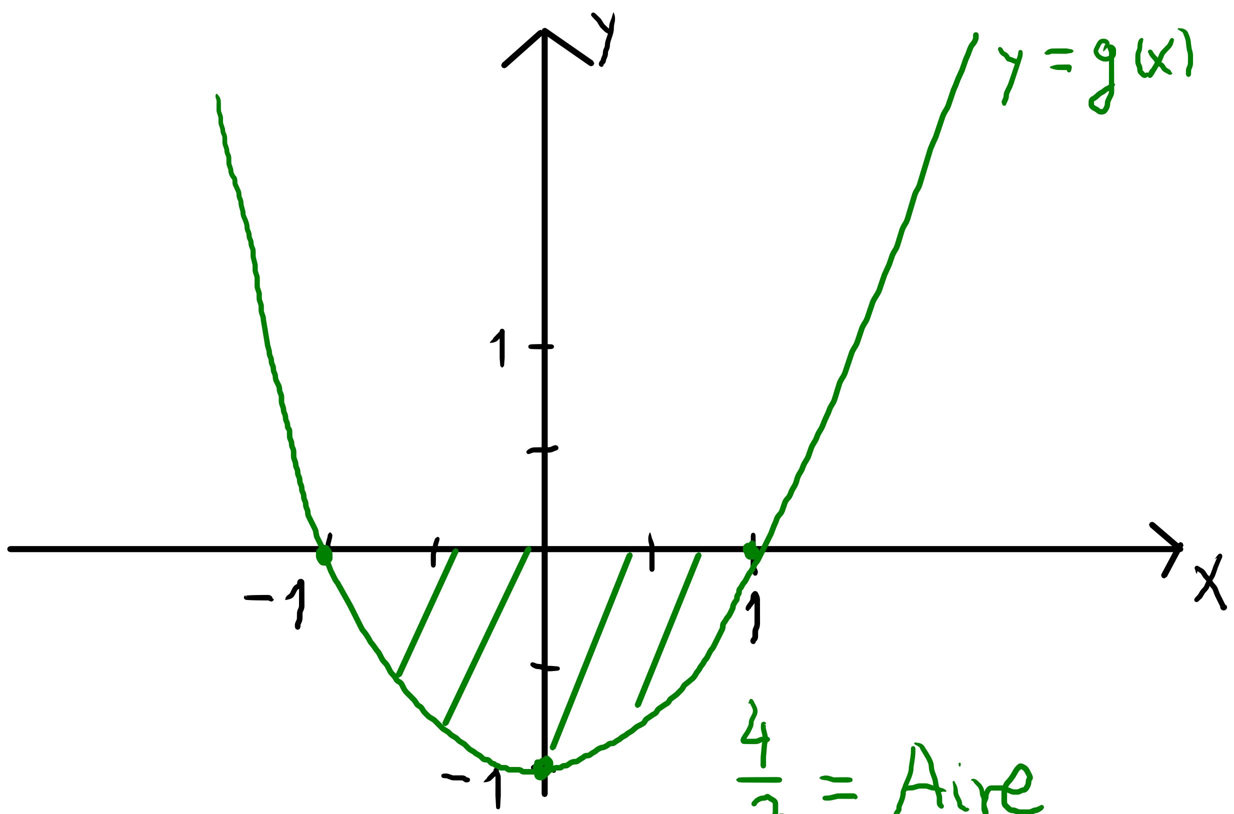
(candidat)': $K \dfrac{5}{5x-1}$ $\Rightarrow$ $5K = 3 \Leftrightarrow K = \dfrac{3}{5}$

$F(x) = \boxed{\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x} + \frac{3}{5}\ln(|5x-1|) + c$

1.3.18 Déterminer la valeur du nombre réel positif c pour que l'aire du domaine plan limité par l'axe Ox et la parabole d'équation $y = c\,(x^2 - 1)$ soit égale à 5.

$f(x) = c\,(x^2 - 1) \quad , \qquad c > 0$

$g(x) = x^2 - 1$



$\frac{4}{3}$ = Aire

$$\int_{-1}^{1} (x^2 - 1)\, dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x\right]_{-1}^{1}$$

$$= \left(\frac{1}{3} - 1\right) - \left(-\frac{1}{3} + 1\right)$$

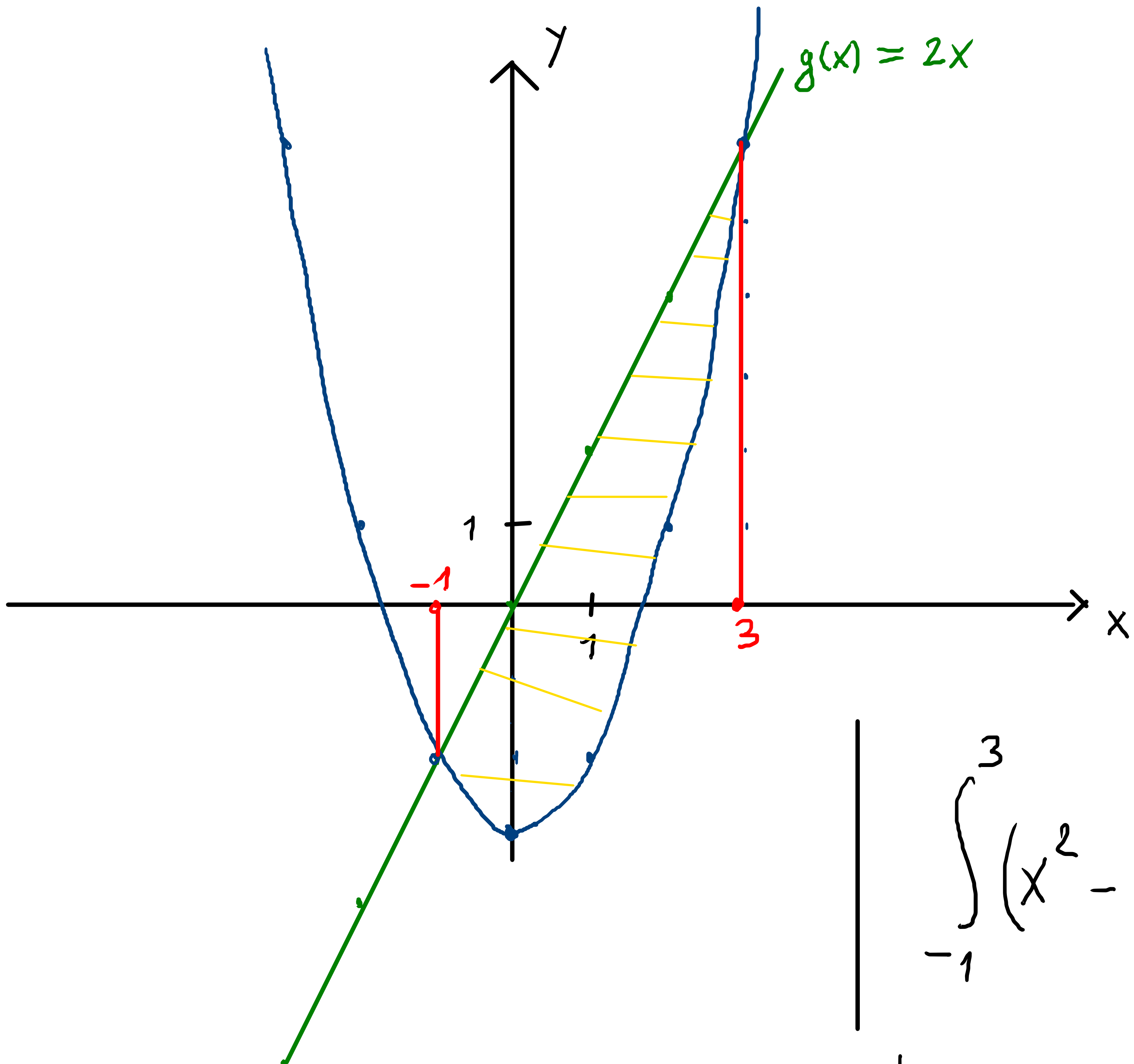
$$= \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{3} - 1 = \frac{1 - 3 + 1 - 3}{3} = \frac{-4}{3}$$

Aire $\quad c \cdot \frac{4}{3} = 5 \quad \Big| \cdot \frac{3}{4}$

$c = \frac{15}{4}$

1.3.19 Calculer l'aire du domaine borné limité par les graphes des fonctions f et g :

a) $f(x) = x^2 - 3$, $g(x) = 2x$



1) Intersection de deux courbes :

$$x^2 - 3 = 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$x = 3 \qquad x = -1$$

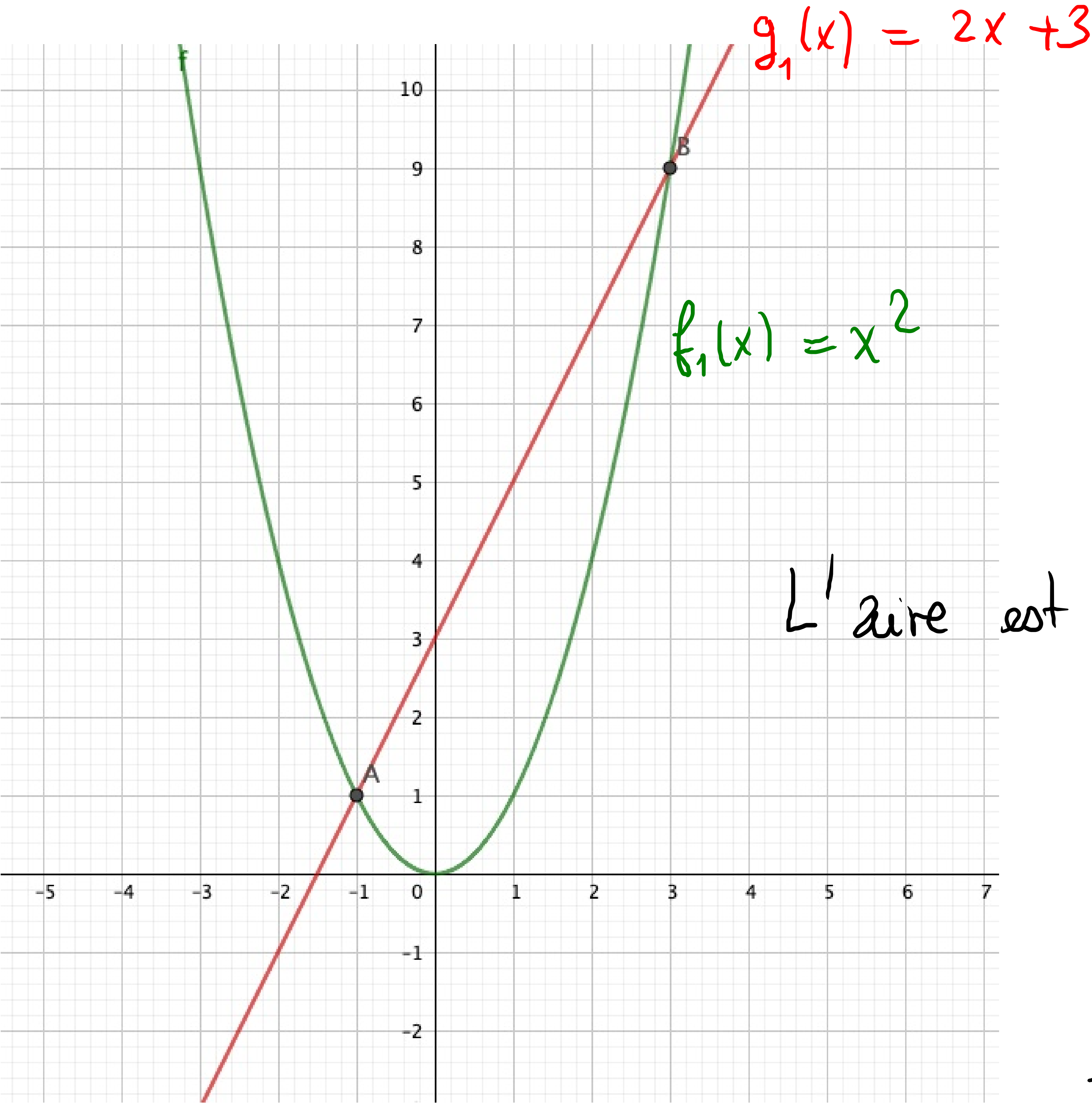
$$\left| \int_{-1}^{3} (x^2 - 3)\, dx - \int_{-1}^{3} 2x\, dx \right| =$$

$$\left| \left[\frac{1}{3}x^3 - 3x - x^2 \right]_{-1}^{3} \right| = \left| (9 - 9 - 9) - \left(-\frac{1}{3} + 3 - 1 \right) \right|$$

$$= \left| -9 + \frac{1}{3} - 2 \right| = \left| -11 + \frac{1}{3} \right|$$

$$= \frac{32}{3}$$

On décale vers le haut les deux courbes



L'aire est la même

$$\int_{-1}^{3} (2x+3)\,dx - \int_{-1}^{3} x^2\,dx$$

$$= \int_{-1}^{3} 2x\,dx - \int_{-1}^{3} x^2\,dx$$