3.6.17 Avec 10 députés et 6 sénateurs, on veut composer une commission de 7 membres comprenant exactement 5 députés. Quel est le nombre de possibilités ?

$$C_5^{10} \cdot C_2^{6} = 3780$$

3.6.18 On distribue les 36 cartes d'un jeu à 4 joueurs. Quel est le nombre de distributions différentes ?

$$C_9^{36} \cdot C_9^{27} \cdot C_9^{18} \cdot C_9^{9} \cong 2 \cdot 10^{19}$$

3.6.19

a) Un étudiant doit résoudre 8 problèmes sur 10 lors d'une épreuve écrite. Combien de choix peut-il faire ?

b) Même question en supposant de plus qu'il doive obligatoirement résoudre :

   i) les 3 premiers problèmes ;

   ii) 4 au moins des 5 premiers problèmes.

a) $C_8^{10} = 45 = C_2^{10}$

b) i) $C_3^{3} \cdot C_5^{7} = 21$

ii) $$\left.\begin{array}{l} C_4^{5} \cdot C_4^{5} = 5 \cdot 5 = 25 \\ C_5^{5} \cdot C_3^{5} = 1 \cdot 10 = 10 \end{array}\right\} 35$$

3.6.20 De combien de façons peut-on choisir 5 cartes à jouer dans un jeu de 36 cartes, de manière que ces 5 cartes comprennent :

a) les 4 as ?

b) 2 as et 2 rois ?

c) au moins un as ?

a) $C_4^4 \cdot C_1^{32} = 32$

b) $C_2^4 \cdot C_2^4 \cdot C_1^{28} = 6 \cdot 6 \cdot 28 = 1008$

c) A = "au moins un as"

$\bar{A}$ = "aucun as"

$$C_5^{36} - \underbrace{C_5^{32}}_{\text{aucun}} = 376'992 - 201'376 = 175'616$$

$$\underbrace{C_1^4 \cdot C_4^{32}}_{1\text{ AS}} + \underbrace{C_2^4 \cdot C_3^{32}}_{2\text{ AS}} + \underbrace{C_3^4 \cdot C_2^{32}}_{3\text{ AS}} + \underbrace{C_4^4 \cdot C_1^{32}}_{4\text{ AS}} = 175'616$$

3.6.21 Un questionnaire comprend 8 questions auxquelles il faut répondre par oui ou par non. Combien peut-on donner de réponses différentes avec 4 oui et 4 non ?

$$C_4^8 = 70$$

3.6.22 Dans le jeu du Sport-Toto, on pronostique le résultat de 13 matches (1 = victoire de l'équipe à domicile, x = match nul, 2 = victoire de l'équipe visiteuse). Combien de pronostics différents peut-on écrire ?

1	1	x	2
2	1	x	2
13	1	x	2

$$3^{13} = 1'594'323$$

3.6.23 Lorsqu'on jette 20 fois une pièce de monnaie, a) combien de séquences différentes sont possibles ? b) Parmi celles-ci, combien contiennent exactement 1 fois pile ? c) 4 fois pile ? d) 10 fois pile ? e) 20 fois pile ?

$$\underbrace{PPFP\_\_\_}_{20}F$$

a) $2^{20} = 1'048'576$

b) 20

c) 4× "P" , 16× "F" $\quad \overline{P}_{20}(4,16) = \frac{20!}{4!\cdot 16!} = 4845$

d) $\overline{P}_{20}(10,10) = \frac{20!}{10!\cdot 10!} = 184'756$

e) 1

3.6.24 1) De combien de façons peut-on remplir une feuille de loterie à numéros (marquer 6 numéros sur 45) ? 2) Combien, parmi toutes ces possibilités, permettent de réaliser 6 points, 3) 0 point, 4) 3 points ?

1) $C_6^{45} = 8'145'060$

2) 1

3) $C_6^{39} = 3'262'623$

4) $C_3^{39}\cdot C_3^{6} = 9139\cdot 20 = 182'780$

3.6.25

a) Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12 . On en tire simultanément trois. Déterminer le nombre de tirages différents.

b) Même question si l'on tire successivement 3 boules, sans remettre dans l'urne celles qui ont été tirées, en tenant compte de l'ordre.

c) Même question que sous b) si, après chaque tirage, on remet la boule dans l'urne.

a) $C_3^{12} = 220$

b) $A_3^{12} = 1320 = 12\cdot 11\cdot 10$

c) $12\cdot 12\cdot 12 = 12^3 = 1728$

3.6.26 (Jeu du MasterMind) Dénombrer le nombre de possibilités qu'il y a de remplir 5 trous avec 8 couleurs différentes. Les couleurs peuvent être répétées et certains trous laissés vides.

8 couleurs

1 vide

$$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5$$