

Permutations

Une permutation est disposition ordonnée de tous les objets d'une famille.

La famille d'objets peut contenir plusieurs copies identiques de certains objets. Dans ce cas, rien ne distingue les permutations de ces objets entre eux.

On parle alors de permutations avec répétition.

P_n est le nombre de permutations de n objets distincts

$\bar{P}_n(\dots)$ est le nombre de permutations de n objets avec répétition

Exemple

Combien de permutations peut-on faire avec toutes les lettres de **TRIPLE** ?

$$P_6 = 6! = 720$$

Idem avec **FERMEE** ?

FERMEE FERTEE FERMEE
FERMEE FERTEE FERMEE

$$\bar{P}_6(3, 1, 1, 1) = \frac{6!}{3!} = 120$$

↑ $3+1+1+1$

Formules

$$P_n = n!$$

$$\bar{P}_n(r_1, r_2, \dots, r_k) = \frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!} \quad \text{où } r_1 + r_2 + \dots + r_k = n$$

Arrangements

Un arrangement est une disposition ordonnée de p objets parmi n , avec $1 \leq p \leq n$.

Un arrangement avec répétition est une disposition ordonnée de p objets choisis parmi n , avec d'éventuelles répétitions.

A_p^n nombre d'arrangements sans répétitions

\bar{A}_p^n nombre d'arrangements avec répétitions

Exemples

Combien de sigles différents avec 3 lettres

1) sans répétition : ABC, ...

$$A_3^{26} = 26 \cdot 25 \cdot 24 = \frac{26!}{23!} = \frac{26!}{(26-3)!}$$

2) avec répétitions, AAA, ...

$$\bar{A}_3^{26} = 26 \cdot 26 \cdot 26 = 26^3$$

$$A_p^n = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$\bar{A}_p^n = n^p$$

Combinaisons sans répétition

Une combinaison est une disposition non ordonnée de p objets distincts choisis parmi n objets ($1 \leq p \leq n$).

Exemple

Cinq personnes : A, B, C, D, E.

On en choisit trois, combien de possibilités ?

{ ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA } même groupe

$$C_3^5 = \frac{A_3^5}{P_3} = \frac{\frac{5!}{(5-3)!}}{3!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = C_2^5$$

$$C_P^n = \frac{n!}{p! (n-p)!}$$

nCr T130 Eco RS